Mathematischer Escape Room

Abschlussbericht der Kooperationsphase 2019/20

Durchgeführt in Kooperation mit dem Schülerlabor der Fakultät für Mathematik am Karlsruher Institut für Technologie

Betreuung: Ingrid Lenhardt, Verena Möhler

Levente Hartstang
Westmarkstr. 22
76227 Karlsruhe

Timon Weismann
Indianaring 49
76149 Karlsruhe

Inhaltsverzeichnis

Abstract

This project – Escape Room Mathematik – was about developing an escape room as a workshop for the Schülerlabor Mathematik at the Karlsruhe Institute of Technology. It should consist of mathematical puzzles and should be easy to set up in a common seminar room. Our task was to invent the frame story as well as to design and create the riddles itself. Since after the end of our project the escape room will keep running without us, we should also compile instructions on how it works. During the project we were supported by Dr. Verena Möhler and Dr. Ingrid Lenhardt.

1. Einleitung

Das Schülerlabor Mathematik des Karlsruher Instituts für Technologie (KIT) gehört zur Abteilung für Didaktik der Mathematik und ist ein Angebot für Schulklassen aller Schularten von der 3. Klasse bis zur Oberstufe. Neben dem Besuch des Labors, welches mehr als 80 Experimentierstationen bietet, ist es möglich zusätzlich einen der über 10 Workshops zu buchen.

Bei unserem Projekt - Mathematischer Escape Room - ging es darum einen Escape Room für das Schülerlabor Mathematik des KIT zu konzipieren, um somit dessen Angebot um einen weiteren Workshop zu erweitern. Dieser soll aus mathematischen Knobelaufgaben bestehen und in einem gewöhnlichen Seminarraum schnell einrichtbar sein. Unsere Aufgabe war es, eine passende Rahmengeschichte sowie die Rätsel zu entwickeln und das dazu benötigte Material zu erstellen. Da der Escape Room nach Abschluss unseres Projektes ohne uns weiterlaufen wird, sollten wir außerdem eine Anleitung zu dessen Funktionsweise erstellen. Bei dem Projekt unterstützen uns Dr. Verena Möhler und Dr. Ingrid Lenhardt.

2. Planung des Projekts

2.1. Projektstruktur

Zur Setzung von Zwischenzielen und zeitlich exakten Einteilung der Arbeit wurde ein Projektstrukturplan und ein Projektabaufplan erstellt.

2.1.1. Projekt-Struktur-Plan (PSP)

Der Projekt-Struktur-Plan (PSP) dient dazu, das Projekt inhaltlich in große Arbeitsbereiche zu gliedern und diesen die kleinen Arbeitsschritte zuzuordnen. So entsteht eine Struktur mit den thematisch geordneten Arbeitsschritten, an denen man sich orientieren kann. Mit Farben kann man zusätzlich markieren, welche Arbeitsschritte bereits erledigt sind (grün), welche zurzeit in Arbeit sind (gelb), sowie welche noch bevorstehen (rot).

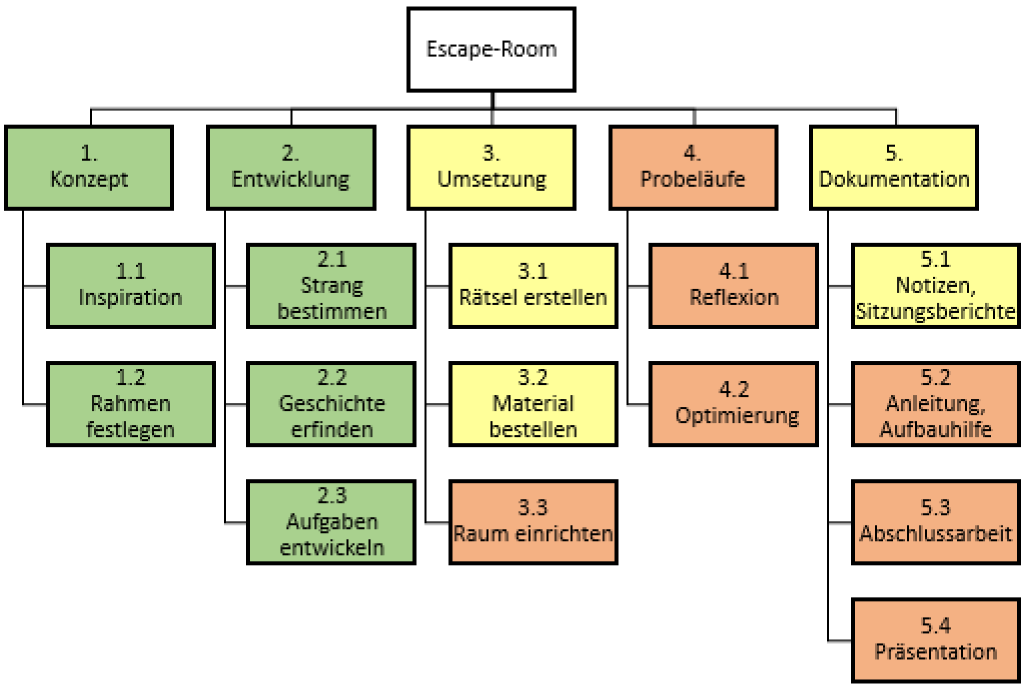

Abbildung 1 - Projekt-Struktur-Plan, Stand: 06.01.2020

2.1.2. Projekt-Ablauf-Plan (PAP)

Der Projekt-Ablauf-Plan (PAP) teilt die einzelnen Arbeitsschritte zeitlich ein, wobei jeder Arbeitsschritt einem Zeitraum zugeordnet wird. Dabei können auch mehrere Arbeitsschritte gleichzeitig ablaufen und sich überschneiden. So entstehen zeitliche Zwischenziele und es wird sichergestellt, dass das Projekt in der Zeitvorgabe beendet werden kann. Der Projekt-Ablauf-Plan wurde auf dem Online-Projektmanagement-Tool namens *Agantty*[1] erstellt, da es dort die Möglichkeit gibt, verschiedene Arbeitsschritte unterschiedlichen Personen zuzuordnen. Außerdem erhält man regelmäßig E-Mails über die in kommender Zeit zu erledigen Aufgaben sowie wenn bestimmte Aufgaben bereits überfällig sind.

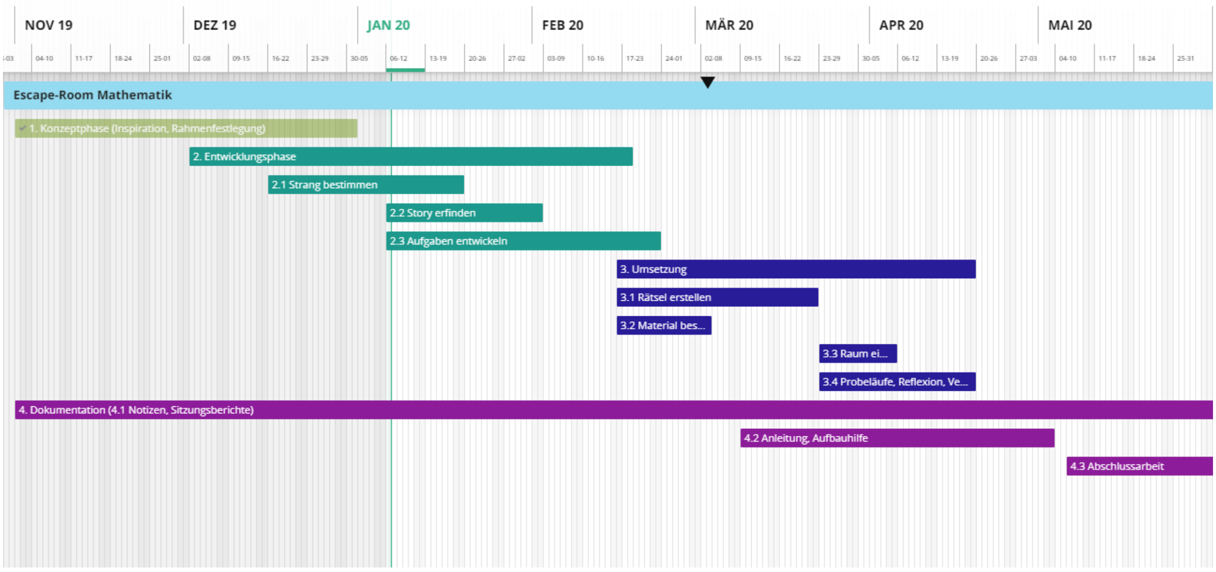

Abbildung 2 - Projekt-Ablauf-Plan, 11/2019 - 05/2020

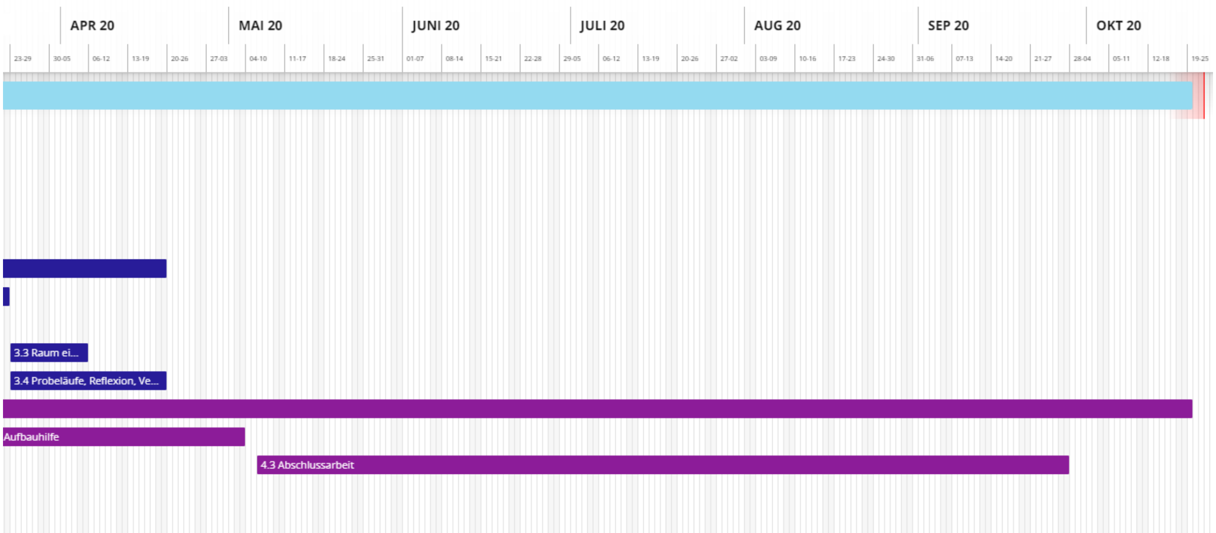

Abbildung 3 - Projekt-Ablauf-Plan, 04/2020 - 10/2020

[1] https://www.agantty.com/

3. Entwicklung des Escape Rooms

3.1. Vorüberlegungen

Da der Escape Room in einem Seminarraum stattfinden soll, der im Allgemeinen für Unterrichtszwecke genutzt wird, sollen die Materialien größtenteils so erstellt werden, dass sie nicht zwingendermaßen an den Raum gebunden und leicht auf- und abbaubar sind. Ein Besuch des Escape Rooms des Schülerlabors Physik am KIT sowie eines traditionellen Escape Rooms diente als inspiration des Escape Rooms.

Abbildung 4 - Besuch im Escape Room The castle in Durlach am 16.12.2019

Im Schülerlabor der Physik ist der Escape Room in mehrere voneinander unabhängige Stränge unterteilt, die zu einem gemeinsamen Endrätsel und somit zu einem gemeinsamen Abschluss führen. Der Escape Room der Mathematik soll ähnlich gegliedert sein, da das Schülerlabor in der Regel von ganzen Klassen besucht wird und durch diesen Aufbau viele SchülerInnen gleichzeitig beschäftigt werden können. Da eine ganze Schulklasse jedoch etwas zu groß für den einen Seminarraum wäre und es auch schwer ist, in einer zu großen Gruppe strukturiert zusammenzuarbeiten, wird die Gruppengröße auf halbe Klassen zu begrenzt und somit einen Escape Room für ca. 10-15 Personen erstellt. Damit die Gruppen sich auch tatsächlich eingesperrt und auf sich allein gestellt fühlen, soll der Betreuer des KIT nicht mit im Raum sein, sondern nur über ein Walkie-Talkie mit den SchülerInnen in Verbindung stehen, falls es doch Fragen geben sollte oder die SchülerInnen Tipps brauchen sollten. Als Aufsicht und eventuell zur fachlichen Unterstützung, soll jedoch die Lehrkraft der Klasse mit im Raum sein.

Jeder Escape Room benötigt selbstverständlich auch eine Rahmengeschichte, um ihn für die SchülerInnen spannender zu gestalten. Die Rahmengeschichte soll an die Rätsel angepasst sein und möglichst realistisch wirken. Daher wurde beim Erstellen der Rätsel, nach einer Geschichte gesucht, die zum einen thematisch an das KIT angelehnt ist und zum anderen uns dennoch viele Möglichkeiten bei der Rätselauswahl zulässt.

Für die Rätsel wurde zunächst überlegt, dass mehrere Rätselstränge erstellt werden, sodass sich die SchülerInnen in Gruppen einteilen können und jeder gleichzeitig arbeiten kann. Jeder dieser Stränge sollte ein bestimmtes mathematisches Thema als Schwerpunkt für die Rätsel dieses Stranges haben. Damit die Rätsel für alle SchülerInnen lösbar sind, muss das benötigte mathematische Wissen auch dem Wissensstand der jeweiligen Klassenstufe entsprechen. Da das Schülerlabor meistens von Klassen der Unter- und Mittelstufe besucht wird, soll der Escape Room für SchülerInnen der achten Klassen ausgelegt werden. Vor der Rätselentwicklung wurde daher der Bildungsplan für die achte Klasse im Fach Mathematik durchgelesen, um die Rätsel auf das Wissen der SchülerInnen aufzubauen. Damit die Schüler bei ihrem Besuch jedoch auch noch etwas dazulernen und nicht nur ihr bereits vorhandenes Wissen anwenden, wurden in jedem Strang Rätsel eingebaut, für die sie zuerst noch Informationsmaterial erarbeiten müssen. Dieses neue Wissen sollte für die SchülerInnen gut verständlich sein, jedoch sollte dem Mathematikunterricht in den höheren Klassen nichts vorweggenommen werden. Somit wurden Themen außerhalb des Bildungsplans gewählt wie zum Beispiel ein Verschlüsselungsverfahren oder die sogenannten „armen” und „reichen” Zahlen. Damit das Informationsmaterial zu der an das KIT angelehnte Rahmenhandlung passt, wurden sie als Übungsblätter, Plakate oder Notizen eines Professors getarnt.

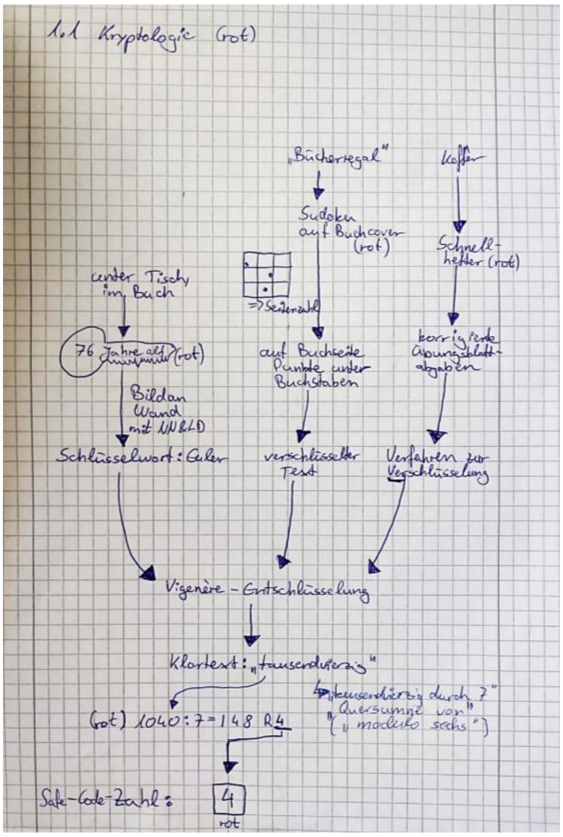

Abbildung 5 - Entwicklung des Kryptologie-Stranges, Stand 03.03.2020

3.2. Rahmengeschichte

Die Rahmengeschichte des Escape Rooms basiert darauf, dass der Professor Dr. D. Mentus die Rätsel entwickelt hat, da er sehr vergesslich ist und deshalb einen Schlüssel im Raum versteckt hat, falls er seinen mal wieder vergessen sollte. Diesen Schlüssel bewahrt er in einem Tresor auf, dessen Code man nur durch die Rätsel herausfinden kann, welche für ihn einfach zu lösen sind. Somit kann er – im Gegensatz zu anderen – schnell an seinen Ersatzschlüssel kommen. Damit es einen Grund dafür gibt, warum die SchülerInnen eingesperrt werden und den Schlüssel suchen müssen, gibt es eine Geschichte, in die sie am Anfang eingeführt werden – der versteckte Schlüssel des Professor Dr. D. Mentus wird dabei nur nebenbei erwähnt. Ihnen wird erklärt, dass sie als Klausuraufsicht für eine wichtige Klausur benötigt werden. Da die Klausur in einer bestimmten Zeit anfängt, gibt es so auch eine Zeitbeschränkung, in der die SchülerInnen aus dem Raum kommen müssen. Für den Fall, dass die SchülerInnen noch Fragen zu der anstehenden Klausur haben sollten, wird ihnen vom Betreuer ein Walkie-Talkie gegeben. Beim Erklären der Funktionsweise des Walkie-Talkies, fällt dem Betreuer auf, dass noch eine Batterie fehlt. Während der Betreuer kurz eine neue Batterie holen geht, sperrt ein Student, der verhindern will, dass die Klausur stattfindet, die SchülerInnen in den Raum ein.

3.3. Rätsel

Der Escape Room setzt sich grundsätzlich aus vier thematischen Strängen mit vier unterschiedlichen Farben zusammen: 1. Kryptologie (rot), 2. Pascalsches Dreieck & Teilbarkeit (blau), 3. Geometrie (grün), 4. Zahlenreihen & „Arme" und „Reiche" Zahlen (gelb). In dem Seminarraum befinden sich drei Informationsplakate (s. Anhang: S.19-21), einige aufgehängte Kalenderblätter über Mathematiker (s. Anhang: Abbildung 14) sowie zwei Rucksäcke, ein Aktenkoffer und ein Tresor. Zudem gibt es zusätzlich zur üblichen Ausstattung des Raums (Tische, Stühle, Tafel) noch ein Bücherregal.

Zu Beginn muss die Zahlenkombination des Aktenkoffers des Professor Dr. D. Mentus herausgefunden werden. Diese erhält man, indem man in die Sternsinger Segensbitte (20*C+M+B+09) über der Tür die angegebenen Zahlen für die Buchstaben einsetzt. In dem Aktenkoffer befinden sich vier Ordner mit Informationsmaterialien und Rätseln jeweils mit der entsprechenden Farbmarkierung. Durch die vier Stränge kommt man am Ende jeweils auf zwei Ziffern, die in richtiger Reihenfolge zusammengesetzt den Code des Tresors ergeben. In dem Tresor befindet sich der Schlüssel für den Raum und bildet somit das Ende des Escape Rooms.

Der Kryptologie-Strang soll den SchülerInnen das Vigenère-Verschlüsselungsverfahren vermitteln. In dem roten Ordner befinden sich dafür ein Übungsblatt sowie die korrigierten Abgaben von verschiedenen Studenten. Da eine Aufgabe des Übungsblattes ist, das Vigenère-Verfahren zu erklären, kann man sich zunächst mit diesem in Theorie auseinandersetzen, indem man sich mit der am besten bepunkteten Erklärung befasst. Im Bücherregal befindet sich auf einem Buchcover ein Sudoku (s. Anhang: Abbildung 11), das einen auf die Buchseite mit dem Geheimtext führt. Dieser setzt sich aus einzelnen jeweils mit einem Punkt markierten Buchstaben zusammen. Mit einem Verweis auf den Mathematiker Leonhard Euler(s. „Schlüssel" S.16, Abb. 9), wird klar, dass man dessen Nachnamen als Schlüssel benutzen muss. Nun kann man den Geheimtext entschlüsseln und erhält zwei Ziffern des Tresorcodes.

Für den blauen Strang wurden zwei Poster erstellt. Das erste Poster dient als Informationsplakat zu Teilbarkeitsregeln (s. Anhang: S.21), Regeln, mit Hilfe derer man bestimmen kann, ob eine natürliche Zahl durch eine andere natürliche Zahl teilbar ist, ohne die Division an sich durchzuführen. Diese kann man anwenden, um bei dem ersten Rätsel dieses Stranges zu entscheiden, ob die sechs Aussagen, die über die Teilbarkeit bestimmter Zahlen getroffen werden, wahr oder falsch sind (s. Teilbarkeitsrätsel S. 16, Abbildung 9). Dadurch entsteht eine Zahl im Dualsystem, eine Zahl, die nur aus Nullen (falsch) und Einsen (wahr) besteht. Wandelt man diese Zahl ins Dezimalsystem um, erhält man das Alter des Mathematikers Blaise Pascal. Mit Hilfe einer Buchstaben-Zahlen-Zuordnung (s. Anhang: S. 16, Abbildung 9) kann man dessen Nachnamen in eine sechsstellige Zahl umwandeln. Diese bildet die Ziffernkombination für zwei dreistellige Zahlenschlösser, die einen Rucksack verschließen. In dem Rucksack findet man das Pascalsche Dreieck auf vier Kärtchen abgebildet, wobei jeweils bestimmte Zahlen markiert und mit einem Symbol versehen wurden (s. Anhang: S. 16, Abbildung 10). Die markierten Zahlen stellen dabei die Dreieckszahlen, die Tetraederzahlen, die Fibonacci-Zahlen und die Vielfachen von 3 dar. Da diese Zahlenreihen nicht allgemein bekannt sind, kann man sich dieses Wissen mit Hilfe des zweiten Posters über die Dreiecks- und Tetraederzahlen (s. Anhang: S. 20) beziehungsweise einer Notiz des Professors zu den Fibonacci-Zahlen aneignen. Mittels an zwei Enden beschrifteten Wäscheklammern kann man nun die vier Pascalschen Dreiecke Ziffern zuordnen, die zwei zweistellige Zahlen bilden, deren Differenz zwei weitere Ziffern des Tresorcodes bilden.

Für den Geometrie-Strang muss man sich zunächst das Informationsmaterial zur Eulerschen Polyederformel durchlesen. Diese stellt einen Zusammenhang zwischen der Ecken-, Kanten- und Flächenanzahl eines konvexen Polyeders, das heißt eines von ebenen Flächen begrenzten Körpers, dar. Auf dem Plakat zu den Archimedischen Körpern (s. Anhang: S. 19) befindet sich unter anderem eine Tabelle mit Angaben zu der Ecken-, Kanten- und Flächenanzahl der einzelnen Körper, jedoch mit einigen Flecken, sodass man nicht alle Angaben erkennen kann. Bestimmt man die fehlenden Zahlen mit Hilfe der Eulerschen Polyederformel, kann man diese Werte für die folgenden Rätsel benutzen. Bei diesen handelt es sich zuerst um eine Winkelkonstruktion (s. Anhang: S. 17, Abbildung 12), bei der man durch Winkelsätze einen gesuchten Winkel herausbekommt. Den Wert dieses Winkels braucht man dann für die Streckenkonstruktion (s. Anhang: S. 17, Abbildung 13), die sich wie die Winkelkonstruktion in dem grünen Ordner befindet. Wendet man die Strahlensätze mehrmals hintereinander an, erhält man schließlich wieder zwei Ziffern des Tresorcodes.

Abbildung 6 - Poster über Archimedische Körper mit Flecken

Der letzte Strang ist gelb markiert und befasst sich vor allem mit Zahlenreihen, jedoch auch mit sogenannten „armen" und „reichen" Zahlen. In dem gelben Ordner findet man zu diesen Begriffen eine Erklärung. Arme Zahlen sind Zahlen, bei denen die Summe ihrer positiven Teiler – ohne die Zahl selbst mit einzurechnen - kleiner ist als sie selbst, wobei bei reichen Zahlen die Summe ihrer positiven Teiler ohne sich selbst größer ist als der Wert der Zahl. Entspricht diese Summe dem Wert der Zahl, spricht man von einer vollkommenen oder perfekten Zahl. Mit diesem Wissen kann man das sogenannte Rechenviereck lösen. Dies ist eine Art Tabelle, mit Zahlenwerten und Rechenzeichen dazwischen. Führt man die Rechenoperationen aus, erhält man neue Zahlen, mit denen man weiterrechnen kann. In diesem Rechenviereck fehlen jedoch ein paar Zahlen, die notwendig sind, um am Ende auf ein Ergebnis zu kommen. Diese Zahlen ergeben sich aus dem „Zahlenkreuzworträtsel", einem Kreuzworträtsel aus verschiedenen Zahlenreihen, die auf einer Gleichmäßigkeit der Reihe oder einer Gemeinsamkeit der Zahlen in der Reihe beruhen (s. Anhang: S. 16, Abbildung 9). Setzt man das Endergebnis dieses Rätsels an der markierten Stelle im Rechenviereck ein, kann man die letzten verbleibenden zwei Ziffern für den Tresorcode errechnen.

Zur Entwicklung dieser Stränge wurden zu den Themenbereichen passende Rätsel gesucht und diese durch Flussdiagramme in eine Reihenfolge gebracht. Um zwischen den Rätseln eine Brücke zu schaffen, sind in den Rätseln Symbole und Sätze eingesetzt , die auf die nächste Aufgabe verweisen. Anschließend wurde eine komplette Übersicht über das „Rätselnetz" des Escape Rooms erstellt.

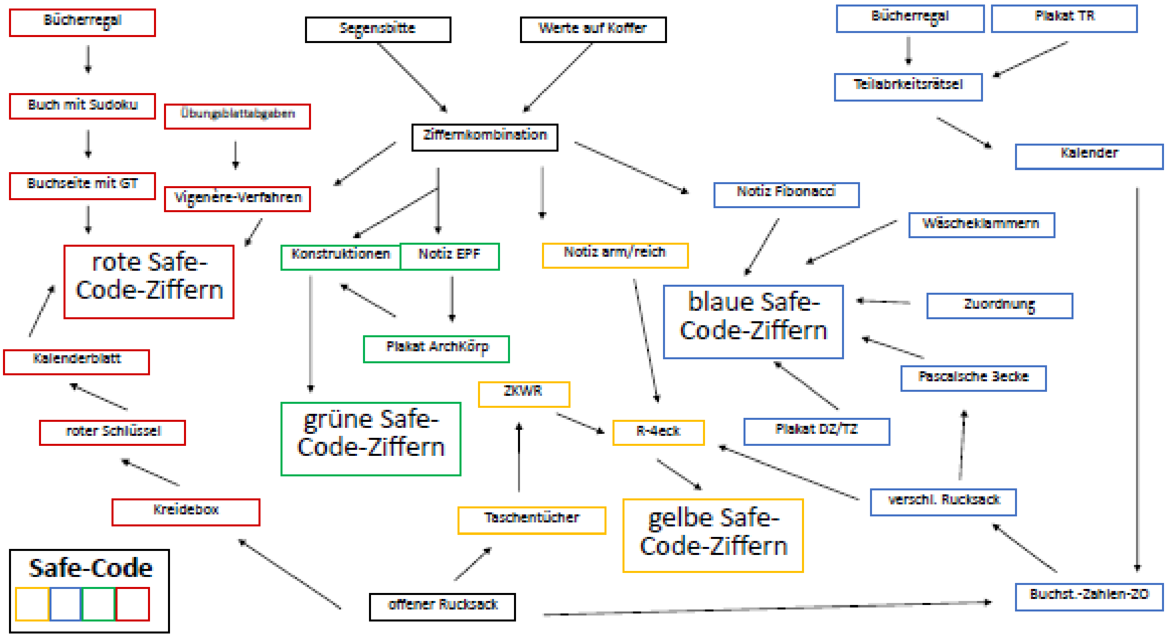

Abbildung 7 – „Rätselnetz"

4. Testläufe

Um Stellen zu finden, die noch zu optimieren sind, sollten Probeläufen mit Testklassen durchgeführt werden. Dies war aufgrund der Schulschließungen im Zuge der Sars-CoV-2 Maßnahmen nicht mehr möglich. Somit musste auf die Testläufe mit Schulklassen verzicht werden. Trotzdem sollte überprüft werden, ob der Escape Room für in der Planung nicht involvierte Personen lösbar ist. Dafür konnten drei Testgruppen gefunden werden. Die ersten beiden Testgruppen waren Promovierende in der Mathematik aus zwei verschiedenen Arbeitsgruppen der KIT-Fakultät für Mathematik. Die dritte Gruppe bestand aus zwei Studentinnen des Lehramts sowie vier SchülerInnen der Klassenstufen 8 bis 10.

Abbildung 8 - Testlauf mit der zweiten Testgruppe

Damit die Testläufe so realistisch wie möglich sind, wurden die Testpersonen mit derselben Rahmengeschichte eingeführt, mit der die Klassen auch eingeführt werden sollen und konnten auch nur über das Walkie-Talkie mit den Betreuern kommunizieren. Nach den Testläufen gaben die Testpersonen Rückmeldungen. Teils wurden diese in den nächsten Testlauf eingearbeitet, um den Escape Room immer weiter zu optimieren. Die grundsätzlichen Probleme, die dabei aufgekommen sind, waren undeutliche oder uneinheitliche Markierungen sowie zu schwere Verstecke.

Dies haben wurde verbessert, indem als Farbmarkierungen nur die vier Farben der vier Stränge benutzt wurde, die die Zusammengehörigkeit unter den Rätseln zeigen soll. Diese wurden zudem vereinheitlicht, sodass der Farbton auf jedem Rätsel und Gegenstand möglichst derselbe ist. Markierungen, die vorher durch zusätzliche Farben erschaffen wurden, wurden durch Symbole ersetzt. Außerdem wurden zu ähnliche Symbole durch andere ersetzt, sodass sie nicht versehentlich falsch gedeutet werden. Gegenstände, die zu schwer versteckt waren, wurden für die nächsten Testläufe umpositioniert.

Um kleinen Rechenfehlern, die sich stark auf die folgenden Rätsel auswirken können, vorzubeugen, könnte man bei manchen Rätseln noch die Anzahl der Rechenschritte verringern oder kleinere Zahlenwerte wählen.

5. Fazit

Aufgrund der Situation mit dem Coronavirus Sars-CoV-2 konnte der Projektplan nicht ganz eingehalten werden, da keine Treffen möglich waren und einige Arbeitsschritte mussten nach hinten verschoben werden. Dennoch konnte durch regelmäßige Online-Sitzungen und das Arbeiten von zuhause aus am Projekt weitergearbeitet werden.

Insgesamt wurden die Projektziele größtenteils erreicht. Es wurde eine Story mit passenden Rätseln entwickelt und für diese Materialien erstellt. Zudem wurde eine Auf- und Abbauhilfe geschrieben, damit der Escape Room auch für Außenstehende schnell auf- und abbaubar ist. Für den Escape Room wurde auch noch eine Anleitung erstellt und er wurde getestet sowie optimiert.

Im weiteren Verlauf müsste der Escape Room nun noch mit vielen Schülergruppen getestet werden, bevor er als festes Angebot aufgenommen werden kann. Durch viele weitere Testläufe könnte gesehen werden, an welchen Stellen die SchülerInnen am meisten Probleme haben und wie gut sich die Klassen die Arbeit aufteilen können.

6. Danksagung

Wir bedanken uns bei unseren Projektleitern Ingrid Lenhardt und Verena Möhler, die dieses Projekt angeboten haben, uns bei diesem stets unterstützt und uns immer wieder mit neuen Ideen versorgt haben.

Wir bedanken uns zudem beim Karlsruher Institut für Technologie und dem Schülerlabor Mathematik, für das Bereitstellen der Materialien und Räumlichkeiten, ohne die unser Projekt nicht realisierbar gewesen wäre.

Auch bedanken wir uns bei allen Testpersonen, die sich Zeit genommen haben, den Escape Room für uns zu testen und uns hilfreiche Rückmeldungen und Verbesserungsvorschläge geben konnten.

Außerdem gilt ein großer Dank unseren Kursleitern Anke Richert und Thomas Hermann, die uns während der Kooperationsphase begleitet haben und uns wichtige Anregungen sowohl bezüglich der Projektplanung als auch für gute Präsentationstechniken gaben.

Ein ganz besonderer Dank gilt auch Josephine und Dr. Hans-Werner Hector, die uns durch ihre Förderung diese Kooperationsphase und die vielen Jahre im Hector Seminar erst möglich gemacht haben und uns somit viele neue naturwissenschaftliche, technische und kreative Herangehensweisen nahegebracht haben.

7. Quellen

Literaturverzeichnis

Kalenderblätter. Aus Jahreskalender 2009 *Zwölf Geschichten über Mathematik(er)* von Heinz Klaus Strick

Webseitenverzeichnis

Bildungsplan 2016 Baden-Württemberg im Fach Mathematik. Abgerufen am 10. 02. 2020 von bildungsplaene-bw.de: http://www.bildungsplaene-bw.de/site/bildungsplan/get/documents/lsbw/export-pdf/depot-pdf/ALLG/BP2016BW_ALLG_GYM_M.pdf

Archimedische Körper. Abgerufen am 03. 04. 2020 von de.wikipedia.org: https://de.wikipedia.org/wiki/Archimedischer_K%C3%B6rper/

Eulersche Polyederformel. Abgerufen am 03. 04. 2020 von de.wikipedia.org: https://de.wikipedia.org/wiki/Eulerscher_Polyedersatz/

Arme und reiche Zahlen. Abgerufen am 03. 04. 2020 von mathoid.de: https://www.mathoid.de/gallery/zauber%20mit%20zahlen.pdf/

Muster und Folgen im Pascalschen Dreieck. Abgerufen am 07. 04. 2020 von mathematische-basteleien.de: http://www.mathematische-basteleien.de/pascaldreieck.htm

Schülerlabor Mathematik. Abgerufen am 13. 07. 2020 von math.kit.edu: http://www.math.kit.edu/didaktik/seite/schuelerlabor/

8. Anhang

Materialien:

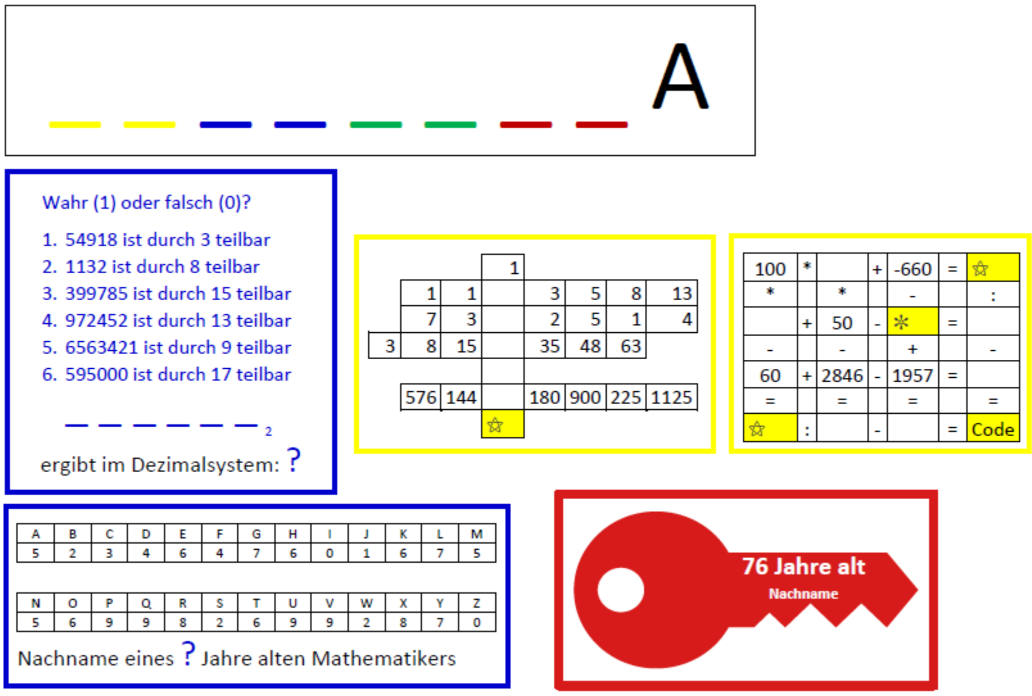

Abbildung 9 - Von oben nach unten, von links nach rechts: Tresor-Beschriftung, Teilbarkeitsrätsel, Zahlenkreuzworträtsel, Buchstaben-Zahlen-Zuordnung, „Schlüssel"

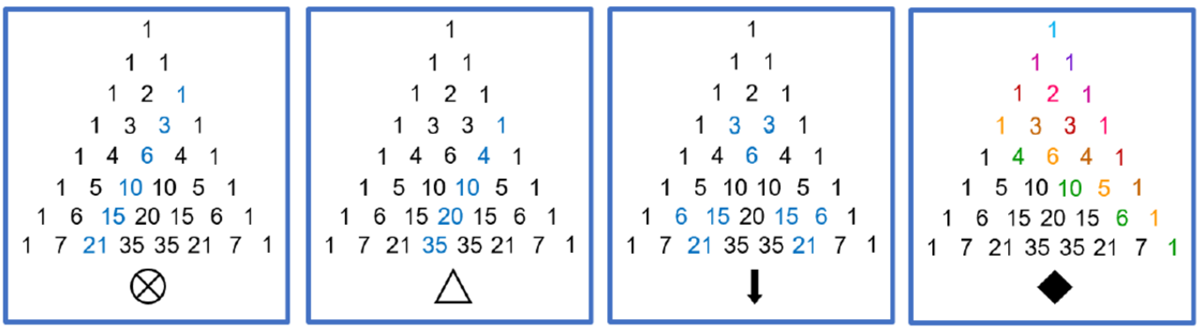

Abbildung 10 - - Pascalsche Dreiecke mit markierten Zahlen und Symbol: Dreieckszahlen, Tetraederzahlen, Vielfache von 3, Fibonacci-Zahlen

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A
C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B
D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D
F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E
G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F
H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G
I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H
J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I
K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q
S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S
U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T
V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U
W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W
Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X
Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y

6		4		1		5		7
	2	1	5		7			3
3	5							
5					4	1	6	
						3		4
		9		3	2	7		8
1	9						7	2
			7	8				
	6		1			8		

Abbildung 11 - Vigenère-Quadrat und Sudoku

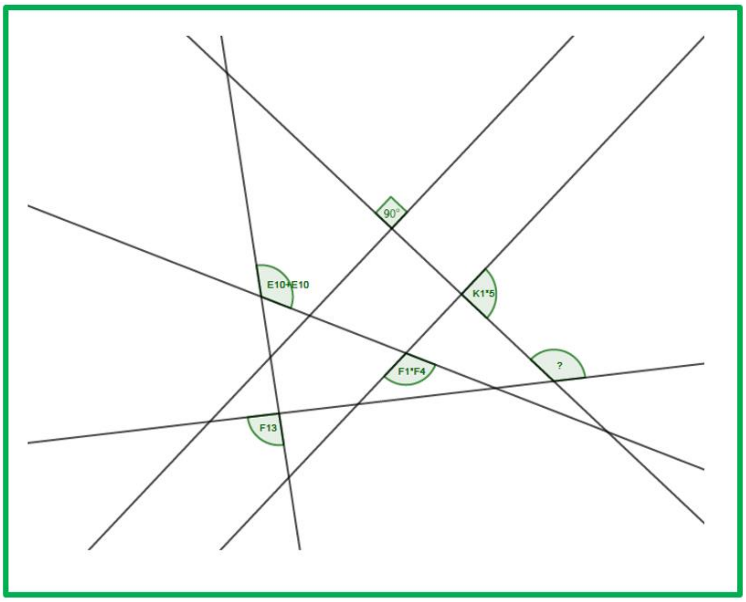

Abbildung 12 - Winkelkonstruktion

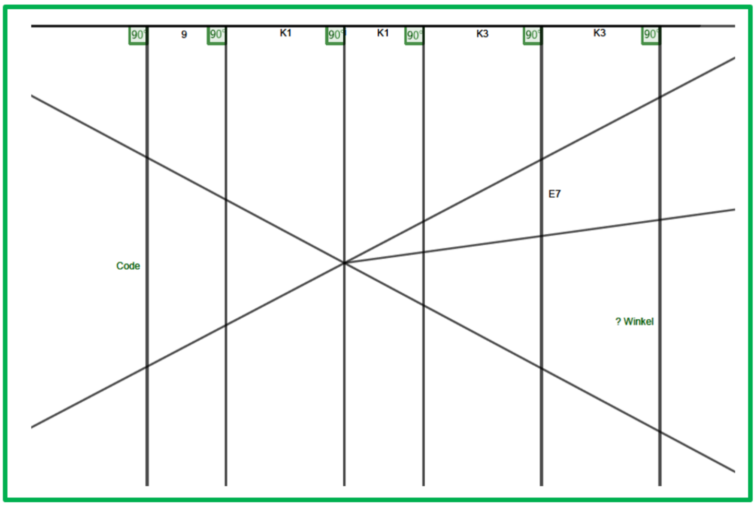

Abbildung 13 - Streckenkonstruktion

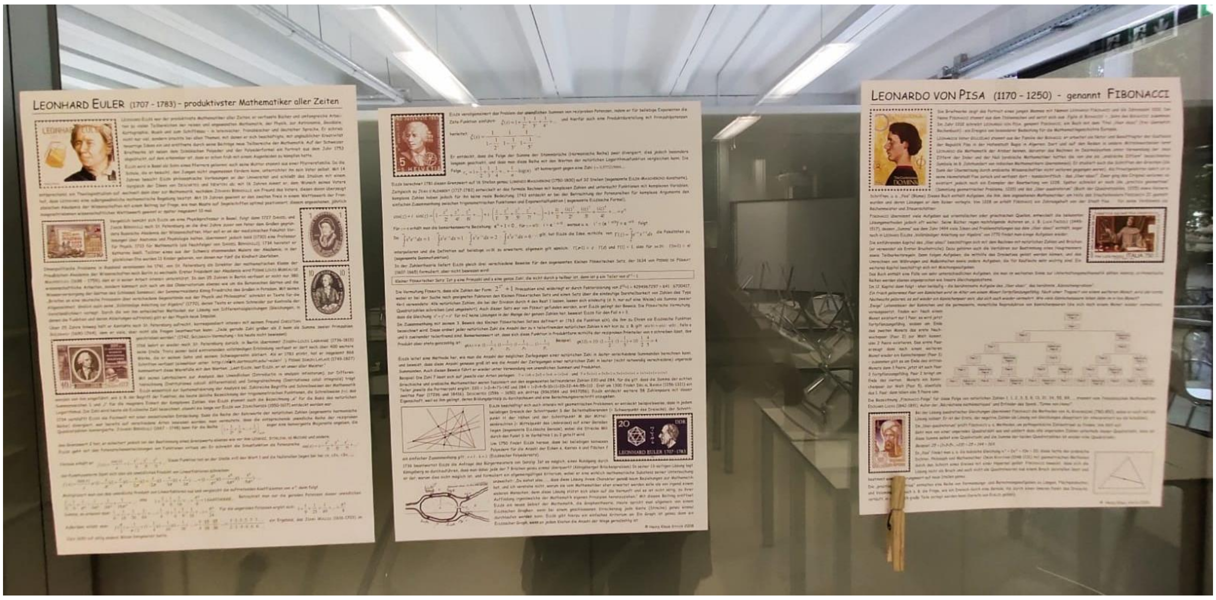

Abbildung 14 - Kalenderblätter

Poster:


Fakultät für Mathematik
Abteilung für Didaktik der Mathematik
für Technologie
Körper
Körper sind regelmäßige geometrische Körper, benannt nach dem
Archimedes (3. Jh. v. Chr.).
Eigenschaf
sind konvexe Polyeder (griechisch: Vielflächner) und haben als
regelmäßige Polygone (Vielecke), sodass alle Kanten des Körpers gleich lang sind. An jeder Ecke
stoßen die gleichen Flächen in gleicher Anordnung aufeinander. Archimedische Körper lassen sich
durch das Abstumpfen von platonischen Körpern bilden, sind aber selbst weder platonische Körper
noch Prismen oder Antiprismen.
Es gibt insgesamt 13 verschiedene Archimedische Körper.
Flächen Kanten
Tetraederstumpf 8 12
14 24 12
14 24
Oktaederstumpf 36 24
Kleines Rhombenkuboktaeder 48 24
Großes Rhombenkuboktaeder 26 72 48
Flächen Kanten Ecken
38 60
32
32 90 60
32 90
Kleines Rhombenikosidodekaeder 62
Großes Rhombenikosidodekaeder 180
Abgeschrägtes Dodekaeder 150
In Kooperation mit dem Hector Seminar
Levente Hartstang, Timon Weismann
KIT – Die Forschungsuniversität in der Helmholtz-Gemeinschaft
www.kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Abteilung für Didaktik der Mathematik

Dreieckszahlen und Tetraederzahlen

Dreieckszahlen und Tetraederzahlen gehören zu den sogenannten figurierten Zahlen, da sie verwandt sind mit geometrischen Formen. Zu den figurierten Zahlen gehören zum Beispiel auch die Quadrat- und Kubikzahlen.

Dreieckszahlen

Die ersten Dreieckszahlen sind $1, 3, 6, 10, 15, 21, \ldots$
Ihren Namen haben sie erhalten, da man aus ihnen gleichseitige Dreiecke legen kann:

1 **3** **6** **10** **15**

$n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$ $n = 5$

Rechnerisch erhält man die n-te Dreieckszahl, indem man die Zahlen von 1 bis n addiert. Die siebte Dreieckszahl ist also $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$. Sie lässt sich schneller auch mit der Formel $\frac{n(n+1)}{2}$ berechnen.

Tetraederzahlen

Die ersten Tetraederzahlen sind $1, 4, 10, 20, 35, 56, \ldots$
Ihren Namen haben sie erhalten, da man aus ihnen Tetraeder legen kann:

1 **4** **10** **20**

$n = 1$ $n = 2$ $n = 3$ $n = 4$

Rechnerisch erhält man die n-te Tetraederzahl, indem man die ersten n Dreieckszahlen addiert. Die siebte Tetraederzahl ist also $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 = 84$. Sie lässt sich schneller auch mit der Formel $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ berechnen.

In Kooperation mit dem Hector Seminar
Levente Hartstang, Timon Weismann

KIT – Die Forschungsuniversität in der Helmholtz-Gemeinschaft www.kit.edu

Karlsruher Institut für Technologie

Fakultät für Mathematik
Abteilung für Didaktik der Mathematik

Teilbarkeitsregeln

Mithilfe von Teilbarkeitsregeln kann man beurteilen, ob eine natürliche Zahl ohne Rest durch eine andere natürliche Zahl teilbar ist, ohne die Division wirklich durchzuführen. Dies ist vor allem bei größeren Zahlen hilfreich.

Hier sind die Teilbarkeitsregeln für die Teiler 2 bis 15:

Eine Zahl ist teilbar durch...	... wenn ...
2	... die letzte Ziffer der Zahl eine 0, 2, 4, 6 oder 8 ist.
3	... die Quersumme der Zahl durch drei teilbar ist.
4	... die Zahl aus den letzten zwei Ziffern durch 4 teilbar ist.
5	... die letzte Ziffer der Zahl eine 0 oder 5 ist.
6	... die Zahl durch 2 und durch 3 teilbar ist.
7	... ihre alternierende 3er-Quersumme durch 7 teilbar ist.
8	... die Zahl aus den letzten drei Ziffern durch 8 teilbar ist.
9	... die Quersumme der Zahl durch 9 teilbar ist.
10	... die letzte Ziffer der Zahl eine 0 ist.
11	... die alternierende Quersumme einer Zahl durch 11 teilbar ist.
12	... die Zahl durch 3 und durch 4 teilbar ist.
13	... ihre alternierende 3er-Quersumme durch 13 teilbar ist.
14	... die Zahl durch 2 und durch 7 teilbar ist.
15	... die Zahl durch 3 und durch 5 teilbar ist.

Um die **Quersumme** einer Zahl zu bestimmen, addiert man alle Ziffern dieser Zahl.

Beispiel:
Die Quersumme der Zahl 574839 beträgt
$5 + 7 + 4 + 8 + 3 + 9 = 36$.

Um die **3er-Quersumme** einer Zahl zu bestimmen, teilt man diese von rechts in dreistellige Zahlen auf und addiert die so entstandenen dreistelligen Zahlen.

Beispiel:
Die 3er-Quersumme der Zahl 23134344 beträgt
$23 + 134 + 344 = 501$.

Um die **alternierende Quersumme** einer Zahl zu bestimmen, addiert und subtrahiert man abwechselnd die Ziffern dieser Zahl.

Beispiel:
Die alternierende Quersumme der Zahl 34726 beträgt
$+3 - 4 + 7 - 2 + 6 = 10$.

Hector Seminar
In Kooperation mit dem Hector Seminar
Levente Hartstang, Timon Weismann

Auf- und Abbauhilfe:

Bei erstem Aufbau:

- C+M+B-Schild über Tür hängen
- Poster „Teilbarkeitsregeln“ aufhängen
- Poster „Dreieckszahlen und Tetraederzahlen“ aufhängen
- Poster „Archimedische Körper“ aufhängen
- Kalenderblätter von Mathematikern aufhängen
- Sudoku auf Buchcover befestigen

Vor jedem Besuch:

- Raumschlüssel in Safe legen und in Raum stellen
- „Schlüssel“ in Kreidebox legen
- Zahlenkreuzworträtsel in Taschentuchverpackung verstecken
- Buch ins Bücherregal stellen
- Schnellhefter in Koffer, Koffer verschließen und neben Pult stellen
    - Rot: Übungsblattabgaben, Übungsblatt, Vigenère-Quadrat
    - Grün: Notiz Eulersche Polyederformel, Winkel- und Streckenkonstruktion
    - Blau: Notiz Fibonacci-Zahlen
    - Gelb: Notiz arme und reiche Zahlen
- Folienstifte in Raum legen, in beigen Rucksack legen
- Pascalsche Dreiecke und Rechenviereck ins verschlossene Fach des schwarzen Rucksacks legen, Rucksack mit Zahlenschlössern verschließen
- Teilbarkeitsrätsel bei Büchern verstecken
- Buchstaben-Zahlen-Zuordnung ins offene Fach des schwarzen Rucksacks
- Wäscheklammern verteilen
- Batterie, Taschentuchverpackung und Kreidebox in beigen Rucksack legen
- Kreide in die Tafel legen

Nach jedem Besuch:

- Batterie aus Walkie-Talkie entfernen
- Wäscheklammern, Buch, Folienstifte einsammeln
- „Schlüssel“ in die Kreidebox zurücklegen
- Schlüssel einsammeln
- Prüfen ob Notizen oder Übungsblätterbeschrieben wurden
- Teilbarkeitsrätsel, Rechenviereck und Zahlenkreuzworträtsel einsammeln
- Pascalsche Dreiecke einsammeln und in Rucksack zurücklegen, Zahlenschlösser einsammeln
- Blätter in entsprechende Schnellhefter zurücklegen
- Schnellhefter in Koffer legen

Anleitung:

1. Schild „20*C+M+B+09“ über der Tür, mit C=5010, M=510, B=51 ergibt 100770 Koffer öffnen: 100-770
2. drei Schnellhefter, ein Heft → vier Stränge
    a. Kryptologie
        i. Schlüssel finden in Kreidebox → Schlüsselwort: Euler
        ii. Sudoku auf Buchcover lösen → Seite 363 → Text: „loyhvvnlgyxxfvtlhpye“
        iii. Übungsblattabgaben: Abgabe mit voller Punktzahl → verschlüsselungsverfahren
        iv. Mit Vigenère-Verfahren und Schlüsselwort „Euler“ den Text „loyhvvnlgyxxfvtlhpye“ entschlüsseln → „hundertacht durch neun“
        v. 108 : 9 = 12 → zwei Stellen vom Safe-code
    b. Teilbarkeit / Pascalsches Dreieck
        i. Mit Teilbarkeitsregeln an Wand Teilbarkeitsrätsle lösen $(100111)_2$ und in Zehnerdezimalsystem umwandeln → 39
        ii. Pascal ist 39 Jahre alt geworden → Zuordnung Buchstaben zu Zahlen in offenem Fach von schwarzem Rucksack → 952357 → verschlossenes Rucksackfach öffnen
        iii. Pascalsche Dreiecke eingefärbt → passende Wäscheklammern zu Symbolen
            1. **Dre**iecks- und **Tet**raederzahlen durch Plakat zuordnen
            2. **Durch 3** teilbare Zahlen
            3. **Fib**onaccizahlen durch Notiz in blauem Ordner
        iv. Wäscheklammern: Symbol zu Zahl Zuordnung → **Fib:3 - DreTet** zu Zahl Zuordnung → 90 – 31 = 59 → Stellen vom Safe-code
    c. Geometrie
        i. Eulersche Polyederformel mit Informationsmaterial erarbeiten
        ii. Plakat mit Archimedischen Körpern → Anzahl Ecken und Kanten
        iii. Winkelkonstruktion in grünem Ordner → Umwandlung in Winkel → Einsetzen in fehlende Winkel→ Berechnung des gesuchten Winkels
        iv. Streckenkonstruktion unter Tisch finden → Umwandlung des Winkels in Streckenlänge → Einsetzen in fehlende Strecken → Berechnung gesuchter Strecke durch Strahlensätze → 51 → Stellen vom Safe-code
    d. Zahlenreihen
        i. Infoblatt zu armen und reichen Zahlen in gelbem Ordner → Berechnen höchster reicher Zahl unter Hundert → 96
        ii. „Zahlenkreuzworträtsel“ unter Tisch finden → 5040
        iii. Einsetzen in Rechenviereck → Lösen von Rechenviereck→59 → Stellen vom Safe-code
3. Zusammensetzen der Stellen des Safe-codes → öffnen des Safes → Entkommen durch Raumschlüssel aus Safe

9. Selbständigkeitserklärung

Hiermit versichern wir, dass wir diese Arbeit unter Betreuung von Dr. Ingrid Lenhardt und Dr. Verena Möhler und unter Begleitung von Thomas Hermann eigenständig verfasst haben und alle verwendeten Quellen angegeben, sowie alle Zitate kenntlich gemacht haben.

Karlsruhe, den ……………......

…................................	…................................
Levente Hartstang	Timon Weismann