

Mathe Macht Welt

Problemstellungen bei Wahlen



Alexander Kraft, Lisa Sigg

Abschlussbericht der Kooperationsphase 2024/25 des Kurses KA19

Durchgeführt am Karlsruher Institut für Technologie
Fakultät Mathematik - Arbeitsgruppe Didaktik der Mathematik
Betreut durch Dr. Ingrid Lenhardt und M. Ed. Wolf Wechinger

kraftal@hector-seminar.de

siggli@hector-seminar.de

Abstract

This project explores the mathematical structure of electoral systems using the examples of Germany and Australia. Although both countries aim to hold fair and democratic elections, they use different voting methods that can lead to different outcomes. We explain how these systems work, with the mixed-member proportional representation system in Germany and preference voting in Australia.

In addition to the basic procedures, various mathematical phenomena are analyzed that can occur as a result of the system design. These include effects such as wasted votes, gerrymandering, the spoiler effect and the Condorcet paradox.

The aim of this work is to highlight the influence that electoral systems can have on the outcome of democratic elections and to examine the fairness of different systems. It attempts to provide a deeper understanding of how mathematical rules shape political representation.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Wahlsysteme	2
2.1	Deutschland	2
2.2	Australien	4
3	Bewertung von Wahlen	11
3.1	Kriterien zum Bewerten von Wahlen	11
3.2	Teilnahmekriterium	14
4	Problemstellungen	15
4.1	Condorcet Paradoxon	15
4.2	Spoiler Effekt	16
4.3	No Show Paradoxon	16
4.4	Alabama Paradoxon	18
4.5	Populations Paradoxon	19
4.6	Parteienzuwachs Paradoxon	20
4.7	Negatives Stimmgewicht	21
4.8	Verlorene Stimmen	22
4.9	Gerrymandering	22
4.10	Strategisches Wählen	23
5	Ergebnis	25
6	Danksagung	26
7	Quellen	26

1 Einleitung

Wahlen bilden das Fundament demokratischer Systeme und entscheiden über die politische Zusammensetzung von Parlamenten sowie über die Machtverteilung innerhalb eines Staates. Dabei spielt nicht nur die Stimme der Wähler ¹ eine Rolle, sondern auch die mathematische Struktur des jeweiligen Wahlsystems. Unterschiedliche Verfahren zur Stimmenausswertung können zu deutlich abweichenden Ergebnissen führen mit direkten Auswirkungen auf Repräsentation, Regierungsbildung und politische Stabilität.

Im Rahmen dieses Projekts haben wir uns mit den mathematischen und strukturellen Eigenschaften von Wahlsystemen anhand der Beispiele Deutschland und Australien auseinandergesetzt. Dabei standen nicht nur die Funktionsweise und Auszählmechanismen im Fokus, sondern auch systembedingte Schwächen und Paradoxa.

Ziel der Arbeit war es, die Mechanik politischer Wahlen mathematisch zu durchdringen, kritische Effekte sichtbar zu machen und ein besseres Verständnis dafür zu entwickeln, wie stark die Ausgestaltung eines Wahlsystems das Ergebnis beeinflussen kann.

¹ In der folgenden Arbeit wird aus Gründen der Lesbarkeit ausschließlich die maskuline Form verwendet. Diese schließt ausdrücklich alle Geschlechter ein.

2 Wahlsysteme

Im Allgemeinen beschreibt das Wahlrecht „alle rechtlich fixierten Regelungen, die die Wahl von Körperschaften oder von Amtsträgern betreffen“ [1]. Darunter zählt auch, wem es zusteht, bei einer Wahl teilzunehmen, sowohl als Wahlberechtigter (aktives Wahlrecht), als auch als wählbarer Kandidat (passives Wahlrecht).

Wahlsysteme „stellen Verfahren dar, mittels derer (a) die Wähler ihre Partei- und/oder Kandidatenpräferenz in Wählerstimmen ausdrücken und durch die (b) Stimmenzahlen in Mandate übertragen werden“ [1]. Darunter fallen die Regelungen zum gesamten Wahlprozess: die Gliederung des Wahlgebietes in Wahlkreise, die Kandidatur, das Stimmgebungsverfahren und das Stimmverrechnungsverfahren. Beim Stimmverrechnungsverfahren ist entscheidend, ob es sich um eine Mehrheitswahl, eine Verhältniswahl, eine Präferenzwahl oder um eine Mischform handelt. Außerdem spielt es eine Rolle, welches Divisor- oder Wahlzahlverfahren verwendet wird und welche weiteren Regelungen wie Überhang- und Ausgleichsmandate oder Sperrklauseln gelten.

2.1 Deutschland

Wahlrecht

In Deutschland wird bei der Bundestagswahl nach den Grundsätzen einer allgemeinen, freien, gleichen, direkten und geheimen Wahl gewählt (Art. 38 Abs. 1 GG).

- Allgemein
Die Wahl ist unabhängig vom Geschlecht, der Sprache oder ethnischen Hintergründen. Es sind alle Bürger wahlberechtigt, die das Mindestalter erfüllen, die deutsche Staatsbürgerschaft und einen Wohnsitz in Deutschland besitzen und in keiner Weise geistig eingeschränkt sind.
- Frei
Die Wähler sind frei in ihrer Wahlentscheidung. Das bedeutet, dass niemand auf sie Druck ausüben darf und die Entscheidung ohne andere unzulässige Beeinflussungen von außen getroffen wird.
- Gleich
Alle Stimmen der Stimmberechtigten sind gleich viel wert und zählen somit gleich viel. Das ist wichtig in Bezug auf die Repräsentation von Wahlkreisen im Parlament, da hier regelmäßig überprüft werden muss, ob das Verhältnis der wahlberechtigten Personen im Wahlkreis zu der Anzahl der Mandate passt.
- Direkt
Die Wähler wählen ohne jegliche Zwischeninstanz direkt die sie repräsentierenden Personen oder Parteien.

- Geheim

Jeder Wähler hat das Recht, eine für keinen Außenstehenden einsehbare Wahl abzugeben. Das gilt vor allem, um eine Einflussnahme durch Außenstehende zu verhindern.

Personalisierte Verhältniswahl

In Deutschland wird der Bundestag nach dem System einer personalisierten Verhältniswahl gewählt. Auf dem Stimmzettel gibt jeder Wähler zwei Stimmen ab.

Mit der Erststimme wird einer der Kandidaten im Wahlkreis des Wahlberechtigten gewählt. Diese Wahl erfolgt nach dem System der Mehrheitswahl, das bedeutet, dass der Kandidat mit den meisten Stimmen Sieger im jeweiligen Wahlkreis wird. Früher bekam der Wahlkreissieger auch immer direkt ein Mandat im Bundestag. Dies hatte Überhang- und Ausgleichsmandate zur Folge, um die durch Zweitstimmen erzielten Mehrheitsverhältnisse nicht zu verändern.

Die Zweitstimme gibt ein Wähler bundesweit für eine Partei ab. Der Anteil an erzielten Zweitstimmen bestimmt in jedem Bundesland dann die Anzahl an Mandate, die an die jeweilige Partei vergeben werden. Wahlsieger ist die Partei, die die meisten Zweitstimmen erhält. Da diese Partei eher selten mehr als 50% der Stimmen bekommt, ist in Deutschland eine Koalitionsbildung üblich.

Sobald eine Partei mehr Direktmandate gewann, als ihr Sitze durch Zweitstimmen zustanden, musste die Gesamtsitzzahl des Bundestags erhöht werden, um mithilfe von Ausgleichs- und Überhangmandaten die Mehrheitsverhältnisse beizubehalten. Im Zuge der 2023 beschlossenen Wahlrechtsreform wurden die Überhang- und Ausgleichsmandate abgeschafft und dafür die sogenannte Zweitstimmendeckung eingeführt. Die Größe des Bundestags wurde auf 630 Sitze festgelegt. Wenn eine Partei in einem Bundesland mehr Wahlkreise gewinnt, als ihr Sitze durch die Zweitstimmen zustehen, erhalten die Kandidaten mit dem schlechtesten Erststimmenergebnis kein Mandat.

Außerdem gibt es in Deutschland eine Sperrklausel, die sogenannte Fünf-Prozent-Hürde. Eine Partei erhält mit Ausnahme von Minderheitsparteien nur Einzug in den Bundestag, wenn sie insgesamt mindestens 5% der Zweitstimmen auf sich vereinen oder drei Wahlkreise für sich gewinnen konnte (Grundmandatsklausel).

2.2 Australien

Wahlpflicht

In Australien besteht eine gesetzlich verankerte Wahlpflicht für alle Bürgerinnen und Bürger ab 18 Jahren. Diese Regelung gilt sowohl für die nationalen Parlamentswahlen als auch für viele Wahlen auf Bundesstaaten- und Kommunalebene. Australien gehört zu den wenigen Demokratien weltweit, die eine Wahlpflicht eingeführt haben, um die politische Beteiligung der Bevölkerung zu gewährleisten.

Wer am Wahltag nicht teilgenommen hat und keine gültige Entschuldigung vorlegt (z. B. Krankheit oder Auslandsaufenthalt), muss mit einer Geldstrafe von etwa 20 AUD (ca. 11€) rechnen. Bei wiederholtem Verstoß oder Nichtzahlung der Strafe können höhere Bußgelder oder sogar Gerichtsverfahren folgen.

Trotz der gesetzlichen Wahlpflicht ist es möglich, sich zu enthalten, indem man einen leeren oder ungültigen Stimmzettel abgibt, da nur die Teilnahme an der Wahl verpflichtend ist.

Präferenzwahl

Australien verwendet bei Wahlen auf Bundesebene das Präferenzwahlsystem, auch bekannt als Rangfolgewahl oder Vorzugswahl. Dieses System ermöglicht es den Wählern, nicht nur einen einzelnen Kandidaten auszuwählen, sondern alle Kandidaten in einer Reihenfolge ihrer persönlichen Präferenz zu nummerieren. Dabei wird der bevorzugte Kandidat mit der Nummer 1 versehen, der zweitpräferierte mit der Nummer 2 und so weiter bis alle Kandidaten auf dem Stimmzettel entsprechend ihrer Rangfolge nummeriert sind.

Für den Gewinn der Wahl muss ein Kandidat die absolute Mehrheit der Stimmen erhalten, das heißt mehr als 50% der Präferenzen. Zunächst werden alle Erstpräferenzen ausgezählt. Falls ein Kandidat bereits in dieser ersten Runde die erforderliche Mehrheit erreicht, ist er gewählt. Falls dies nicht der Fall ist, wird der Kandidat mit den wenigsten Stimmen aus dem Rennen genommen. Die Stimmen dieses ausgeschiedenen Kandidaten sind nicht verloren: Sie werden dann auf die Kandidaten übertragen, die die Wähler des ausgeschiedenen Kandidaten jeweils als Zweitpräferenz angegeben haben. Der Vorgang wird wiederholt und Stimmen, die auf den ausscheidenden Kandidaten entfallen, werden dabei immer umverteilt. Sie werden auf den Kandidaten übertragen, den die Wähler des aus dem Rennen genommenen Kandidaten als Zweit- oder Drittpräferenz angegeben haben.

Dieser Prozess endet immer, wenn ein Kandidat die erforderliche Mehrheit der Stimmen erreicht und somit die Wahl gewinnt.

Kommt es bei einer Präferenzwahl zu einem Gleichstand zwischen zwei Kandidaten, etwa im letzten Auszählungsschritt oder beim Ausscheiden, sieht das australische Wahlsystem klare Regeln zur Auflösung vor. In der Regel entscheidet dann die Anzahl der Erstpräferenzen: Der Kandidat, der zu Beginn mehr Erststimmen erhalten hat, wird als Sieger bestimmt. Sollte auch hier ein Gleichstand bestehen, entscheiden das Los.

Präferenzwahl mit Quote

Allerdings können bei der Präferenzwahl auch mehrere Kandidaten gewählt werden, wenn mehrere Sitze gleichzeitig zu vergeben sind. Hierfür benötigt ein Kandidat nicht mehr die absolute Mehrheit, also 50% der Präferenzen, sondern muss eine Quote erreichen, um einen Sitz zu erhalten. Diese Quote q wird folgendermaßen berechnet:

$$q = \left(\frac{g}{s + 1} \right) + 1$$

Die Gesamtzahl der gültigen Stimmen g wird durch die Anzahl der zu vergebenden Sitze s plus eins geteilt. Das Ergebnis wird abgerundet und 1 addiert.

Wenn 100.000 gültige Stimmen abgegeben wurden und sechs Sitze vergeben werden, ergibt sich die Quote wie folgt:

$$\left(\frac{100.000}{6 + 1} \right) + 1 \approx 14.286,71$$

In diesem Fall beträgt die erforderliche Quote ungefähr 14.287 Stimmen oder 14,29%.

Die Auswertung erfolgt wie bei der normalen Präferenzwahl. Wenn ein Kandidat die Quote erreicht hat, hat er einen Sitz gewonnen. Jede weitere Stimme, die dieser Kandidat erhält, wird auf die nächste Präferenz übertragen. Sollte kein Kandidat die Quote überschreiten, wird der Kandidat mit den wenigsten Stimmen aus dem Rennen genommen und dessen Stimmen werden gemäß der nächsthöchsten verfügbaren Präferenz umverteilt. Dieser Prozess wird so lange fortgesetzt bis alle Sitze besetzt sind.

House of Representatives

Das House of Representatives besteht aus Abgeordneten, die jeweils einen bestimmten Wahlkreis repräsentieren. Im Zuge der Wahlrechtsreform von 2019 (vgl. [2]) wurde die Anzahl der Sitze auf 151 festgelegt. Für jeden Wahlkreis stellt jede Partei einen Kandidaten. Die Anzahl der Wahlkreise orientieren sich an der Bevölkerungsdichte, sodass bevölkerungsreiche Regionen mehr Wahlkreise erhalten als weniger dicht besiedelte Gebiete (vgl. Abb. 1).

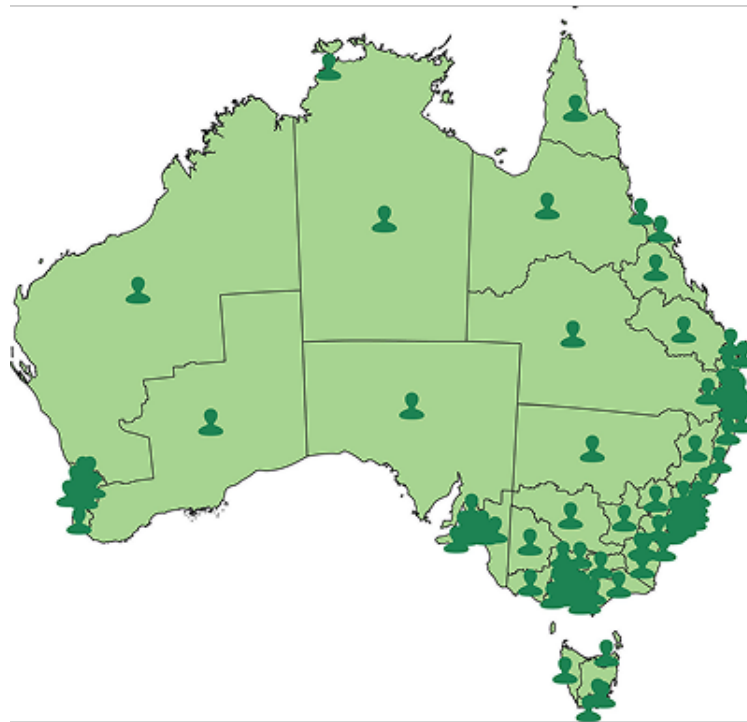


Abb. 1: Wahlkreisverteilung des House of Representatives [3]

Da jeder Wahlkreis individuell zugeschnitten ist, erhält er einen spezifischen Wahlschein (vgl. Abb. 2), auf dem die Wähler allen Kandidierenden eine Präferenz in Form einer Rangfolge zuweisen. Die Wähler müssen mindestens acht gültige Präferenzen vergeben, damit der Stimmzettel gewertet wird. Die Reihenfolge, in der die Namen der Kandidaten auf dem Stimmzettel stehen, wird per Losverfahren bestimmt, um mögliche Vorteile durch Positionseffekte zu vermeiden. Die Wahl verläuft nach Präferenzwahl.

House of Representatives
Ballot Paper

State _____
Electoral Division of Division Name _____

Number the boxes from 1 to 8 in the order of your choice

☐	SURNAME, Given Names INDEPENDENT
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY
☐	SURNAME, Given Names PARTY

Remember... number every box to make your vote count

SAMPLE

Abb. 2: Beispiel für einen Wahlschein für das House of Representatives [4]

Senat

Der australische Senat setzt sich aus Senatoren zusammen, die die Bundesstaaten und Territorien Australiens vertreten. Unabhängig von der Einwohnerzahl entsendet jeder Bundesstaat zwölf Senatoren, die auf zwei Wahlkreisen aufgeteilt gewählt werden. Die beiden Territorien stellen jeweils nur zwei Vertreter. Damit umfasst der Senat insgesamt 76 Kandidaten (vgl. Abb. 3).



Abb. 3: Wahlkreisverteilung des Senates [3]

Die Wahl für den Senat verläuft auch nach der Präferenzwahl, im Gegensatz zum House of Representatives, aber mit einer Quote (vgl. Abschnitt 2.2). Für den Einzug in den Senat müssen die Kandidaten in den Bundesstaaten etwa 14,29% der Stimmen und Kandidaten in den Territorien etwa 33,33% der Stimmen erhalten.

Wahlberechtigte entscheiden sich für zwei Möglichkeiten, ihre Stimme abzugeben: „Über der Linie“ oder „Unter der Linie“. Entscheidet man sich „Über der Linie“ zu wählen (vgl. Abb. 4), wählt man die Parteien. Auch hier wird die Reihenfolge, in der die Namen der Parteien auf dem Stimmzettel stehen, wie im House of Representatives, per Losverfahren bestimmt.

 Senate Ballot Paper
State – Election of 6 Senators



You may vote in one of two ways
Either
Above the line
 By numbering at least 6 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

A	B	C	D	E	F	G
 5 PARTY	 2 PARTY	  1 PARTY	 PARTY	 3 PARTY	  6 PARTY	 4

Or
Below the line
 By numbering at least 12 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	UNGROUPED
☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
	☐ SURNAME Given Names PARTY				☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	

SAMPLE

Abb. 4: Beispiel für „Über der Linie“ wählen [5]

Beim Wählen „Über der Linie“ genügt es, mindestens sechs Parteien in der Reihenfolge der eigenen Präferenz zu nummerieren. Die Präferenzen gelten dann automatisch für die von der jeweiligen Partei festgelegten Kandidatenreihenfolge (vgl. Abb. 5).

 Senate Ballot Paper
State – Election of 6 Senators



You may vote in one of two ways
Either
Above the line
 By numbering at least 6 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

A	B	C	D	E	F	G
 5 PARTY	 2 PARTY	  1 PARTY	 PARTY	 3 PARTY	  6 PARTY	 4

Or
Below the line
 By numbering at least 12 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	PARTY	UNGROUPED
☐ SURNAME Given Names PARTY	4 ☐ SURNAME Given Names PARTY	1 ☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
☐ SURNAME Given Names PARTY	5 ☐ SURNAME Given Names PARTY	2 ☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
☐ SURNAME Given Names PARTY	... ☐ SURNAME Given Names PARTY	3 ☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names INDEPENDENT
	☐ SURNAME Given Names PARTY				☐ SURNAME Given Names PARTY	☐ SURNAME Given Names PARTY	

Abb. 5: Beispiel für „Über der Linie“ wählen [5]

Wählt man hingegen „Unter der Linie“ (vgl. Abb. 6), nummeriert man die einzelnen Kandidaten entsprechend einer individuellen Präferenz wie beim House of Representatives. Da mehrere Kandidaten gewählt werden, müssen Wähler mindestens zwölf Kandidaten in der Reihenfolge der eigenen Präferenz nummerieren.

Senate Ballot Paper
State – Election of 6 Senators

You may vote in one of two ways
Either
Above the line
By numbering at least 6 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

Or
Below the line
By numbering at least 12 of these boxes in the order of your choice (with number 1 as your first choice).

A	B	C	D	E	F	G	UNGROUPED
LOGO PARTY	LOGO PARTY	LOGO PARTY	LOGO PARTY	LOGO PARTY	LOGO PARTY		
1 SURNAME Given Names PARTY	8 SURNAME Given Names PARTY	3 SURNAME Given Names PARTY	6 SURNAME Given Names PARTY	10 SURNAME Given Names PARTY	4 SURNAME Given Names PARTY	7 SURNAME Given Names INDEPENDENT	
2 SURNAME Given Names PARTY	5 SURNAME Given Names PARTY	2 SURNAME Given Names PARTY	12 SURNAME Given Names PARTY	9 SURNAME Given Names PARTY	11 SURNAME Given Names PARTY		

SAMPLE

Abb. 6: Beispiel für „Unter der Linie“ wählen [6]

3 Bewertung von Wahlen

Für die Durchführung einer Wahl gibt es verschiedene Systeme. Diese unterscheiden sich in der Art und Weise, wie die Wähler ihre Stimme abgeben (z.B. Präferenzenreihenfolge oder den Favoriten) und in ihrem Ergebnis. Führt man eine Wahl mit den gleichen Alternativen und Wählern aber unter Verwendung zweier verschiedener Wahlsysteme durch, so kann es zu verschiedenen Wahlsiegern kommen.

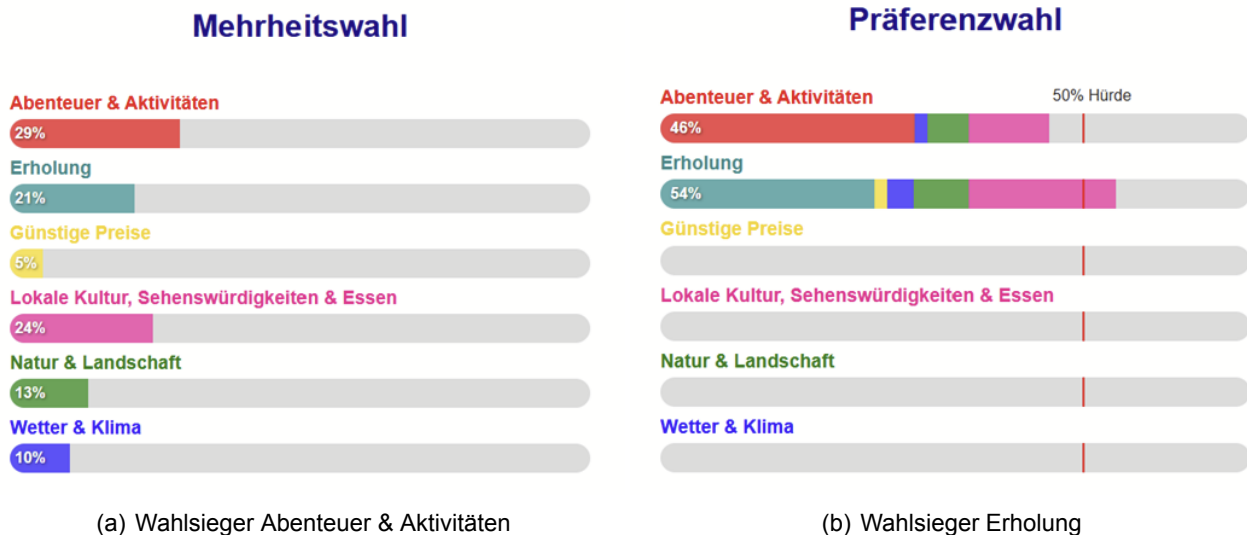


Abb. 7: Beispiel einer Wahl

Im vorliegenden Beispiel (vgl. Abb. 7) wurde in einer Testgruppe eine Wahl zu dem Kriterium, was bei der Auswahl eines Urlaubsziels am wichtigsten ist, zweimal durchgeführt: einmal mit der Mehrheits- und einmal mit der Präferenzwahl. Die beiden Wahlen führten schließlich zu unterschiedlichen Wahlsiegern. Aus diesem Grund stellen sich nun die Fragen, welches der beiden Systeme das Bessere ist und was ein faires Wahlsystem ausmacht.

3.1 Kriterien zum Bewerten von Wahlen

Der amerikanische Ökonom Kenneth J. Arrow beschäftigte sich mit genau dieser Frage. In seinem 1951 veröffentlichten „Arrow Theorem“ [7] stellte er 5 verschiedene Kriterien auf, die eine faire Wahl erfüllen sollte:

Nicht-Diktator Bedingung

Die Nicht-Diktator-Bedingung besagt, dass die Präferenzenordnung einer Gruppe nicht ausschließlich durch die Meinung einer Person bestimmt werden darf. Das heißt es gibt keinen Wähler, dessen Präferenzenordnung automatisch die Gruppenpräferenz ist.

Pareto-Kriterium

Das Pareto-Kriterium beschreibt, dass sobald alle Wähler eine Option vor einer anderen bevorzugen, diese Meinung auch für die Gruppe gelten muss.

Wähler 1	Wähler 2	Wähler 3	Wähler 4	...
A	A	A	A	
B	B	B	B	
C	C	C	C	

Gruppe
A
B
C

Abb. 8: Pareto-Bedingung

Monotonie

Das Kriterium der Monotonie schreibt vor, dass die Stellung eines Kandidaten in der Gruppenpräferenz, der in der Präferenzordnung eines Wählers nach oben rückt, nur gleich bleiben oder besser werden darf.

Wähler 1	Wähler 2	Wähler 3	Wähler 4	...
A	A	A	A	
B	B	B	B	
C	C	C	C	

Gruppe
A
B
C



Wähler 1	Wähler 2	Wähler 3	Wähler 4	...
B	A	A	A	
A	B	B	B	
C	C	C	C	

Gruppe
A
B
C

oder

Gruppe
B
A
C

Abb. 9: Monotonie

Transitivität

Das Kriterium der Transitivität beinhaltet, dass aus den individuellen Präferenzen der Wähler eine transitive Gruppenpräferenz ermittelt werden muss. Eine Gruppenpräferenz ist transitiv, wenn gilt:

- eine Alternative A wird einer zweiten Alternative B vorangestellt
- diese Alternative B wird einer dritten Alternative C vorangestellt
- dann folgt daraus, dass Alternative A vor C präferiert wird.

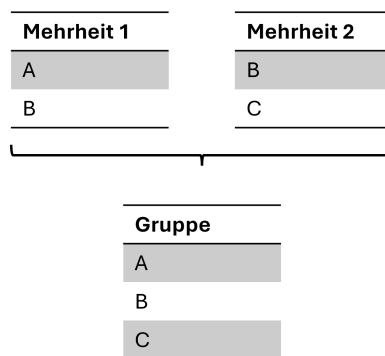


Abb. 10: Transitivität

Rangfolgenkonsistenz

Das Kriterium der Rangfolgenkonsistenz besagt, dass die Präferenzanordnung einer Gruppe unabhängig von anderen Alternativen und deren Stellung in Präferenzen sein muss. Das bedeutet, dass Alternative A und B nicht durch eine andere Alternative C in ihren Präferenzen zueinander beeinflusst werden.

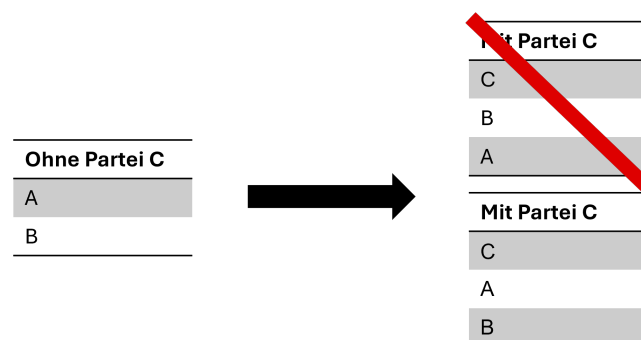


Abb. 11: Rangfolgenkonsistenz

3.2 Teilnahmekriterium

Das Teilnahmekriterium schreibt vor, dass einem Wähler durch seine Teilnahme bei der Wahl nicht geschadet werden darf. Das Ergebnis soll nicht durch eine ehrliche Stimmabgabe negativ beeinflusst werden.

4 Problemstellungen

Wahlsysteme verfolgen das Ziel, den politischen Willen der Bevölkerung möglichst repräsentativ abzubilden. In der Praxis zeigt sich jedoch, dass kein Wahlsystem frei von strukturellen Schwächen ist. Viele dieser Probleme sind mathematisch erklärbar und treten unabhängig vom politischen Kontext oder Land auf. Sie zeigen sich in Form von Paradoxa, systematischen Verzerrungen oder strategisch bedingtem Wahlverhalten. Dieses Kapitel beleuchtet zentrale Problemstellungen im deutschen und im australischen Wahlsystem anhand von verschiedenen Kriterien (vgl. Abschnitt 3.1).

4.1 Condorcet Paradoxon

Das Condorcet Paradoxon beschreibt eine Situation, in der es keine eindeutige Mehrheitsentscheidung zwischen mindestens drei Kandidaten gibt, obwohl jeder Kandidat paarweise verglichen einen anderen schlägt oder unterliegt. Es entsteht ein zyklisches Abstimmungsverhalten: Kandidat A wird von einer Mehrheit gegenüber B bevorzugt, B gegenüber C, aber gleichzeitig C gegenüber A (vgl. Abb. 12). Somit lässt sich keine eindeutige Gruppenpräferenz ableiten. Dieses zyklische Abstimmungsverhalten verletzt das Kriterium der Transitivität.

Person Präferenz	1	2	3
1. Rang	a	b	c
2. Rang	b	c	a
3. Rang	c	a	b

Abb. 12: Beispiel für das Condorcet Paradoxon [8]

Das Condorcet Paradoxon setzt voraus, dass Wähler ihre Präferenzen über mehrere Optionen in einer Rangfolge angeben. Da das deutsche Wahlsystem auf einer Mehrheits- und Verhältniswahl ohne Präferenzangaben basiert, kann das Paradoxon nicht auftreten.

In Australien kann das Condorcet Paradoxon im Rahmen des Präferenzwahlsystems auftreten, insbesondere wenn viele Kandidaten zur Auswahl stehen und die Präferenzreihen sehr unterschiedlich verteilt sind. Allerdings wurde bisher kein Auftreten des Paradoxons dokumentiert, das einen Einfluss auf das Endergebnis gehabt hätte.

4.2 Spoiler Effekt

Eine weiteres Problem, das auftreten kann, ist der Spoiler Effekt. Dieser Effekt beschreibt, dass zwei programmatisch ähnliche Kandidaten sich gegenseitig Stimmen wegnehmen. Dadurch kann ein dritter Kandidat, der eine völlig andere Position vertritt, profitieren und mit relativer Mehrheit gewinnen obwohl er eigentlich weniger Unterstützung im politischen Lager hat. Dies widerspricht dem Kriterium der Rangfolgenkonsistenz.

In Deutschland kann der Spoiler Effekt bei der Erststimme für Direktmandate auftreten, da in den Wahlkreisen nur ein Kandidat gewinnen kann.

Bei der Zweitstimme tritt der Effekt dagegen deutlich abgeschwächer auf, da hier die Stimmenanteile direkt in Sitze umgerechnet werden. Bei kleineren Parteien kann der Spoiler Effekt durch die Fünf-Prozent-Hürde eine große Rolle spielen.

In Australien verhindert das Präferenzwahlsystem den Spoiler Effekt. Da die Wähler nicht nur eine einzelne Stimme abgeben, sondern alle Kandidaten in eine Rangfolge bringen, bleibt die programmatische Ähnlichkeit zwischen den Kandidaten ohne Konsequenzen erhalten. Wenn zwei Kandidaten aus dem gleichen Lager antreten, wird der weniger erfolgreiche nach und nach aus dem Rennen genommen. Seine Stimmen gehen dann gemäß der angegebenen Präferenzen an den verbleibenden Kandidaten. So kommt es nicht dazu, dass sich Stimmen aus dem gleichen politischen Spektrum gegenseitig schaden und ein politisch entfernter Kandidat profitiert. Stattdessen kann ein Kandidat nur mit der absoluten Mehrheit der Stimmen gewinnen.

4.3 No Show Paradoxon

Bei Wahlsystemen, die wie in Australien die Präferenzenwahl nutzen, kann ein weiteres Problem auftreten, das sogenannte No Show Paradoxon. Es besagt, dass für den Wähler eine Wahlenthaltung ein besseres Ergebnis herbeiführt als durch eine ehrliche Stimmabgabe.

26%	49%	25%
A	B	C
B	C	A
C	A	B

Abb. 13: Beispiel 1 für das No Show Paradoxon

In dem Beispiel Abb. 13 hat Kandidat C die wenigsten Stimmen erhalten. Er wird somit zuerst eliminiert. Die Wähler von Kandidat C haben als Zweitpräferenz A angegeben, sodass diese 25% jetzt auf Kandidat A übertragen werden. Den paarweisen Vergleich zwischen A und B gewinnt dann A mit jetzt 51% der Stimmen.

26%	47%	2%	25%
A	B	B	C
B	C	C	A
C	A	A	B

Abb. 14: Beispiel 2 für das No Show Paradoxon

Im zweiten Beispiel Abb. 14 geht man davon aus, dass einige Wähler von B sich enthalten, wobei alle anderen Zahlen gleich bleiben. Enthalten sich 47% an Wählern, die zuvor B gewählt haben, dann bekommt B nur noch 2% der Stimmen und B wird zuerst eliminiert. Die restlichen Wähler von B haben C als Zweitpräferenz angegeben, sodass ihre Stimmen C zugeschrieben werden. Der neue Wahlgewinner ist demnach C mit 27% der Stimmen. In diesem Fall gewinnt die Zweitpräferenz der Wähler von B, während im oberen Fall die von ihnen am niedrigsten präferierte Option gewinnt. Aus Sicht eines Wählers von B wäre es damit geschickter, sich bei der Wahl zu enthalten.

Das Paradoxon zeigt, dass ab 25 Wählern und mindestens 4 Alternativen die Beständigkeit eines Wahlsiegers, der von einer Mehrheit gegenüber allen anderen Alternativen präferiert wird, nicht mehr mit dem Teilnahmekriterium vereinbar ist [9]. Den Wählern wird durch ihre Teilnahme bei der Wahl geschadet, da der Kandidat, den sie eigentlich mit ihrer Stimme unterstützen wollten, durch ihre Stimmabgabe schlechter abschneidet.

Das No Show Paradoxon würde theoretisch in Australien auftreten. Die Wahlpflicht verhindert aber eine strategische Enthaltung, auch wenn diese beispielsweise durch Abgabe eines ungültigen Stimmzettels umgangen werden kann.

4.4 Alabama Paradoxon

Das Alabama Paradoxon beschreibt das Phänomen, dass eine Erhöhung der Gesamtsitzzahl zu einem Sitzverlust für eine Partei führen kann. Es hat seinen Ursprung bei der Vergrößerung des Kongresses in 1880 in den USA. Der Bundesstaat Alabama erhielt bei insgesamt 299 zu verteilenden Sitzen 8 Sitze, bei einer Gesamtzahl von 300 Sitzen jedoch nur 7.

Partei	Zweitstimmen	Quote bei 656 Sitzen	Sitze bei 656 Sitzen	Quote bei 657 Sitzen	Sitze bei 657 Sitzen
SPD	20.181.269	285,268	285	285,702	286
CDU	14.004.908	197,963	198	198,265	198
CSU	3.324.480	46,992	47	47,064	47
Grüne	3.301.624	46,669	47	46,740	47
FDP	3.080.955	43,550	43	43,616	44
PDS	2.515.454	35,556	36	35,610	35
Zusammen	46.408.690	656,000	656	657,000	657

Abb. 15: Beispiel für das Alabama Paradoxon [10]

In dem oben stehenden Beispiel Abb. 15 wurden die Sitze, die verschiedene Parteien erhalten, einmal bei 656 und einmal bei 657 Gesamtsitzen berechnet. Wenn es insgesamt einen Sitz mehr zu verteilen gibt, gewinnen SPD und FDP einen Sitz dazu. Da nun aber 2 Parteien einen Sitz mehr bekommen, muss auch eine Partei einen Sitz verlieren: Die PDS bekommt bei 657 Gesamtsitzen nur noch 35 statt zuvor 36 Sitze.

Dieser Sitzverlust ist mit der Änderung in den Quoten der Parteien zu erklären. Die Reste der Quote bestimmen, welche Partei am Ende übrige Sitze bekommt. Genau diese Reste können sich aber durch das Hinzukommen eines Sitzes so verändern, dass eine Partei einen Sitz, der ihr zuvor zugeteilt wurde, nun nicht mehr erhält. Das erfüllt nicht das Kriterium der Monotonie im Bezug auf die Sitzzahl. Obwohl sich das Ergebnis nicht verändert, bekommt eine Partei, hier die PDS, weniger Sitze und ist somit schlechter repräsentiert.

Das Paradoxon tritt bei Verhältniswahlen auf, wenn die Gesamtsitzzahl keine Konstante ist. Da die Sitze im australischen House of Representatives fest auf 151 und im Senat fest auf 76 begrenzt sind, kommt das Alabama Paradoxon hier nicht vor.

In Deutschland trat das Phänomen in der Vergangenheit bereits mehrfach bei der Sitzverteilung nach Bundestagswahlen auf. Ein Beispiel dafür ist die Bundestagswahl 1998 (vgl. Abb. 15). Solange der deutsche Bundestag aufgrund von Überhangs- und Ausgleichsmandaten keine konstante Sitzzahl hatte, war das Alabama Paradoxon ein schwerer Systemfehler in den Wahlen. Seit der Wahlrechtsreform 2023 hat auch der Bundestag in Deutschland eine gleichbleibende Größe von 630 Sitzen. Somit wurde dieser Systemfehler behoben.

4.5 Populations Paradoxon

Ein weiteres bei Wahlen auftretendes Paradoxon ist das Populations Paradoxon. Es beschreibt die Inkonsistenz, dass eine Partei einen Sitz verliert, weil eine andere Partei weniger Stimmen erhält.

Bundestagswahl 1998/Oberverteilung (ohne Überhangmandate) nach dem [Niemeyer-Verfahren](#):

Partei	CDU	CSU	SPD	B90/Grüne	PDS	FDP	gesamt
Stimmenzahl	14004908	3324480	20181269	3301624	2515454	3080955	46408690
Sitzzahl	198	47	285	47	36	43	656
Quote	197,9	46,9	285,2	46,6	35,557	43,550	

Annahme: die CDU hätte 38000 Stimmen weniger erhalten

Partei	CDU	CSU	SPD	B90/Grüne	PDS	FDP	gesamt
Stimmenzahl	13966908	3324480	20181269	3301624	2515454	3080955	46370690
Sitzzahl	198	47	285	47	35	44	656
Quote	197,5879	47,0	285,5	46,7	35,58579	43,58586	

Abb. 16: Beispiel für das Populations Paradoxon [11]

Das vorliegende Beispiel zeigt die Ergebnisse der Bundestagswahl 1998 und die zugehörige Sitzverteilung in zwei verschiedenen Fällen.

Im ersten Fall gab es insgesamt 46.408.690 abgegebene Stimmen, von denen die CDU 14.004.908 Stimmen erhielt.

Im zweiten Fall nimmt man an, die CDU hätte 38.000 Stimmen weniger erhalten. Anstelle der zu erwartenden Auswirkungen auf die Sitzzahl der CDU selbst, verändern sich plötzlich aber auch die Sitzzahlen von anderen Parteien: Die FDP bekommt jetzt einen Sitz mehr und die PDS verliert dafür einen Sitz.

Ähnlich wie das Alabama Paradoxon ist dieses Phänomen auf die Änderung in der Quote zurückzuführen. Einige Sitze werden am Ende an die Parteien, die bei der Quote den höchsten Rest haben, verteilt.² Dadurch, dass die Gesamtstimmenzahl sinkt, haben außer der CDU alle Parteien jetzt anteilig mehr Stimmen und ihre Quote steigt etwas. Da die Reste von PDS und FDP nahe beieinander sind, kann diese geringe Änderung in der Quote dafür sorgen, dass jetzt die FDP einen höheren Rest als die PDS hat.

Das widerspricht dem Kriterium der Monotonie, da die PDS im zweiten Fall sogar einen höheren Anteil an Stimmen erhalten hat, aber das Ergebnis für sie dadurch schlechter wird und sie sogar einen Sitz verliert.

Außerdem ist es mit dem Kriterium der Rangfolgenkonsistenz nicht vereinbar. Obwohl die Wahl eigentlich unabhängig von einer dritten Alternative sein sollte, hat in diesem Fall ein Stimmenverlust einer dritten Partei Auswirkungen auf die Sitzzahl von zwei anderen Parteien. Das Populations Paradoxon tritt bei allen Quotenverfahren auf. Somit ist es in Deutschland ein unvermeidbares Problem. In Australien kann das Paradoxon theoretisch vorkommen, in der Praxis ist es bisher allerdings noch nicht aufgetreten.

² In diesem Fall wird das Niemeyer-Verfahren verwendet. Bei anderen Sitzzuteilungsverfahren existiert das Paradoxon allerdings auch.

4.6 Parteienzuwachs Paradoxon

Bei verschiedenen Wahlen kann es vorkommen, dass eine Partei durch das Hinzukommen einer weiteren Partei einen Sitz gewinnt. Dieses Paradoxon bezeichnet man als Parteienzuwachs Paradoxon.

Rechnung: 21 Gesamtsitze ohne/mit Partei D					
Partei	A	B	C	D	gesamt
Stimmzahl	440	440	70	(50)	1000 (950)
Sitzzahl					
ohne Partei D	10	10	1	-	21
Quote	9,72	9,72	1,54	-	
mit Partei D	9	9	2	1	21
Quote	9,24	9,24	1,47	1,05	

Abb. 17: Beispiel für das Parteienzuwachs Paradoxon [12]

In dem voranstehenden Beispiel geht man von einer Situation aus, in der 21 Sitze insgesamt zu verteilen sind. Die Verteilung der Stimmen auf die drei Parteien A, B und C bleibt gleich, aber es werden zwei Szenarien miteinander verglichen: Das Ergebnis der drei Parteien alleine und ihre Ergebnisse, wenn eine vierte Partei D einen Sitz erhält.

Partei A und B verlieren durch das Hinzukommen von Partei D jeweils einen Sitz, während Partei C einen Sitz dazu gewinnt.

Auch dieses Paradoxon ist auf eine Quotenänderung zurückzuführen. Da es nun eine weitere Partei gibt und sich die Stimmen der anderen Parteien nicht verändert haben, sinkt ihr Anteil an den Gesamtstimmen und somit auch ihre Quote. Dadurch verlieren Partei A und B einen Sitz. Aufgrund dieser Änderung in der Quote ändern sich allerdings auch die Reste der Quote, sodass Partei C jetzt den größten Rest hat. Ihr steht damit im zweiten Szenario ein weiterer Sitz zu.

Dieses Paradoxon widerspricht dem Kriterium der Rangfolgenkonsistenz. Das Hinzukommen einer weiteren Alternative verändert hier die Stellung von A, B, und C zueinander, die eigentlich unabhängig von irrelevanten Alternativen sein sollte.

Das Parteienzuwachs Paradoxon tritt immer dann auf, wenn die Gesamtzahl an vertretenen Parteien keine Konstante ist. Das ist z. B. aufgrund von Sperrklauseln der Fall. Denn ob eine Partei an der Sperrklausel scheitert oder diese überwindet, kann Auswirkungen auf das Sitzverhältnis der anderen Parteien haben.

In Deutschland ist das Paradoxon wegen der Fünf-Prozent-Hürde weiterhin präsent.

In Australien wird das Problem mit einer fehlenden Sperrklausel umgangen.

4.7 Negatives Stimmgewicht

Der Begriff Negatives Stimmgewicht ist auf zwei verschiedene Arten zu verstehen:

Nach dem Urteil des Bundesverfassungsgerichtes liegt ein negatives Stimmgewicht vor, wenn „die Sitzzahl einer Partei erwartungswidrig mit der auf eine konkurrierende Partei entfallenden Stimmenzahl korreliert“ [13]. Mit dieser Definition handelt es sich bei dem Populations Paradoxon um einen Sonderfall des negativen Stimmgewichts. Die Sitzanzahl von Partei B korreliert erwartungswidrig mit der Stimmzahl der konkurrierenden Partei A. In dem vorliegenden Beispiel (vgl. Abb. 16) lässt der Stimmenverlust der CDU nicht einen Sitzverlust der PDS und einen Sitzgewinn der FDP erwarten.

Im engeren Sinn ist ein negatives Stimmgewicht so zu verstehen, dass sich die Wählerstimme gegen den Wählerwillen auswirkt. Es kann dazu führen, dass ein Stimmgewinn für eine Partei einen Sitzverlust derselben Partei bedeutet. Mit dieser Definition unterscheiden sich das negative Stimmgewicht und das Populations Paradoxon in dem Punkt, ob die Stimme des Wählers der Partei schadet, die er selbst gewählt hat, oder nicht zu erwartende Auswirkungen auf andere Parteien mit sich bringt.

Das negative Stimmgewicht erfüllt nicht das Kriterium der Monotonie, da ein Stimmgewinn gleichzeitig den Verlust von Sitzen für eine Partei bedeuten kann.

Außerdem widerspricht es dem Teilnahmekriterium. Den Wählern wird hier durch ihre Teilnahme bei der Wahl geschadet, indem sich ihre Stimme gegen ihren Wählerwillen auswirkt.

Negatives Stimmgewicht tritt aufgrund von Überhangs- und Ausgleichsmandaten oder auch wegen Sperrklauseln auf.

In Deutschland war negatives Stimmgewicht früher ein gravierender Systemfehler, der auch so präsent war, dass das Bundesverfassungsgericht mehrfach darüber urteilte. In einem Beschluss von 2008 wurde das negative Stimmgewicht für verfassungswidrig erklärt (vgl. [14]), da es dem Prinzip der Gleichheit einer Wahl widerspricht. Mit der Abschaffung der Überhangs- und Ausgleichsmandate im Zuge der Wahlrechtsreform 2023 wurde der Effekt in Deutschland stark vermindert. Es kann aufgrund der Fünf-Prozent-Hürde auch weiterhin zu Fällen des negativen Stimmgewichts kommen.

In Australien ist negatives Stimmgewicht bei den Senatswahlen theoretisch möglich, allerdings tritt es in der Praxis nur sehr selten bei knappen Ergebnissen auf.

4.8 Verlorene Stimmen

Eine weitere Problematik, die in Wahlsystemen auftreten kann, ist die Existenz von „verlorenen Stimmen“. Mit diesem Begriff sind Stimmen gemeint, die keinen Einfluss auf das Wahlergebnis haben.

In Australien sieht die Präferenzwahl vor, dass nur der Kandidat mit der absoluten Mehrheit der Stimmen in einem Wahlkreis gewählt wird, während die Stimmen für unterlegene Kandidaten keine Berücksichtigung finden. Dieses Phänomen verstärkt sich, wenn man die verlorenen Stimmen aller Wahlkreise zusammenzählt. Besonders bei der Wahl des Repräsentantenhauses kann dies zu einem großen Defizit führen, da bis zu 49 % der Stimmen faktisch keine Auswirkung auf die Sitzverteilung haben könnten.

In Deutschland tritt das Problem verlorener Stimmen im Wesentlichen bei der Fünf-Prozent-Hürde auf. Parteien, die bundesweit unter dieser Schwelle bleiben, erhalten keine Sitze im Bundestag, selbst wenn sie Millionen Zweitstimmen erhalten haben. Auch die Erststimme für die Direktkandidaten, die in einem Wahlkreis verlieren, werden nicht berücksichtigt. Besonders kleinere Parteien oder unabhängige Kandidaten sind davon betroffen.

4.9 Gerrymandering

Gerrymandering oder auch Jerrymandering beschreibt die gezielte und strategische Veränderung von Wahlkreisgrenzen mit dem Ziel, das Wahlergebnis zugunsten bestimmter politischer Akteure zu beeinflussen. Gerrymandering basiert darauf, Wählergruppen so zu verteilen, dass eine Partei möglichst viele Wahlkreise mit knapper Mehrheit gewinnt, während die Wähler der Opposition auf wenige Wahlkreise konzentriert werden (vgl. Abb. 18). Dadurch kann eine Partei eine Mehrheit an Sitzen erzielen, obwohl sie landesweit nicht die Mehrheit erhalten hat.

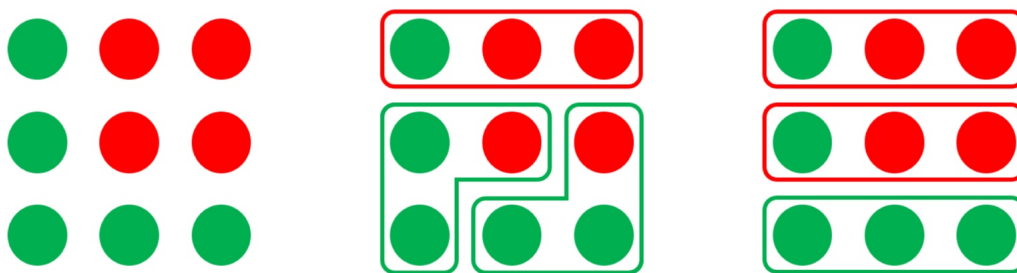


Abb. 18: Beispiel für Gerrymandering

In Australien ist Gerrymandering insbesondere in der Vergangenheit ein Problem gewesen. In Bundesstaaten wie Queensland und Western Australia kam es zu manipulativen Grenzziehungen, bei denen Wahlkreise mit hoher Wählerunterstützung für die Opposition überproportional groß gestaltet wurden.

Gleichzeitig wurden regierungsfreundliche Wahlkreise kleiner gehalten, sodass ihre Stimmen bei der Sitzverteilung ein höheres Gewicht erhielten. Inzwischen hat Australien mit der Australian Electoral Commission eine unabhängige Institution geschaffen, die für eine faire und transparente Wahlkreisverteilung zuständig ist. Dennoch bleibt die Gefahr bestehen, dass durch subtile Einflussnahme oder strukturelle Bevorzugung bestimmter Regionen weiterhin verzerrende Effekte auftreten können insbesondere auf Ebene der Bundesstaaten.

In Deutschland wird Gerrymandering durch das Verhältniswahlrecht und die zentrale Bedeutung der Zweitstimme weitgehend entschärft. Die Sitzverteilung im Bundestag richtet sich nach dem bundesweiten Stimmenanteil, was manipulative Wahlkreiszuschnitte unattraktiv macht. Einfluss besteht bei den Direktmandaten, bei denen die Erststimme entscheidet. Zwar gelten gesetzliche Vorgaben zur Größe der Wahlkreise, doch deren konkrete Zuschnitte können lokale Wahlergebnisse beeinflussen. Die Einteilung der Wahlkreise unterliegt dabei der regelmäßigen Überprüfung durch eine Wahlkreiskommission des Bundes. Diese Kommission arbeitet formal unabhängig und orientiert sich bei ihren Vorschlägen an objektiven Kriterien wie Bevölkerungszahl, geografischen Gegebenheiten und Verwaltungsgrenzen. Die endgültige Entscheidung liegt beim Bundestag, wodurch theoretisch parteipolitische Einflussnahme möglich wäre. In der Praxis sorgt jedoch die öffentliche Kontrolle und die politische Ausgewogenheit der Kommission dafür, dass systematische Verzerrungen weitgehend vermieden werden. Ein bekanntes Gegenbeispiel ist die Bundestagswahl 2002, bei der die PDS in Berlin durch eine veränderte Wahlkreiseinteilung mehrere Direktmandate verlor. Das zeigt: Auch wenn Gerrymandering im deutschen Wahlsystem nur begrenzt wirksam ist, es auf Ebene der Erststimme punktuell politische Auswirkungen haben kann.

4.10 Strategisches Wählen

Strategisches Wählen bezeichnet das bewusste Abweichen von der eigenen politischen Präferenz, um mit der Stimmabgabe ein bestimmtes Wahlergebnis zu begünstigen oder unerwünschte Effekte zu vermeiden. Es geht dabei nicht darum, die bevorzugte Partei oder den favorisierten Kandidaten zu unterstützen, sondern taktisch zu wählen, um etwa Koalitionen zu ermöglichen, den Einzug bestimmter Parteien ins Parlament zu verhindern oder ein negatives Stimmgewicht zu vermeiden.

In Deutschland spielt strategisches Wählen eine Rolle (vgl. Abb. 19) insbesondere durch Stimmen-splitting, bei dem Wähler die Erst- und Zweitstimme gezielt an unterschiedliche Parteien vergeben, etwa um einem Direktkandidaten zum Einzug ins Parlament zu verhelfen, ohne die Sitzverteilung auf Bundesebene zu beeinflussen. Ebenso verbreitet ist die strategische Zweitstimme für kleinere Koalitionspartner, um politische Lager zu stärken oder unerwünschte Regierungsmehrheiten zu verhindern.



Abb. 19: Beispiel für strategisches Wählen in Deutschland [15]

In Australien kommt es ebenfalls zu strategischem Wählen. Parteien nutzen das Wahlverfahren des Durchnummerierens gezielt, indem sie Wahlempfehlungen für die Rangfolge der Kandidaten abgeben (vgl. Abb. 20), um sich selbst oder politische Verbündete zu stärken. Dies kann dazu führen, dass Wähler einer kleinen Partei ihre Erstpräferenz geben, in der Hoffnung, dass ihre Stimme über Umverteilungen letztlich einem größeren, koalitionsfähigen Partner zugutekommt. Dadurch gewinnen Parteien zusätzliche Macht nicht nur durch eigene Stimmen, sondern auch durch strategisch gesteuerte Präferenzen anderer.

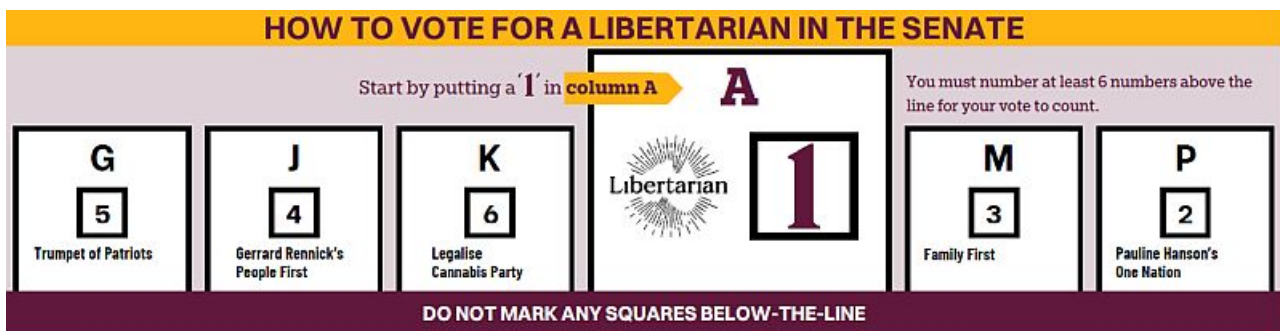


Abb. 20: Beispiel für strategisches Wählen in Australien [16]

5 Ergebnis

Ziel dieses Projektes war es, das Wahlsystem der Bundesrepublik Deutschland mit dem australischen Wahlsystem zu vergleichen und insbesondere deren jeweilige strukturellen Stärken und Schwächen anhand von mathematischen Paradoxa zu analysieren. Grundlage der Bewertung bildeten unter anderem die Kriterien zum Überprüfen der Fairness eines Wahlsystems aus Arrows Unmöglichkeitstheorem.

Schon Arrow konnte beweisen, dass es nicht möglich ist, alle 5 Kriterien gleichzeitig zu erfüllen [7]. Auch bei uns zeigt sich, dass beide Systeme trotz demokratischer Grundprinzipien mit mathematischen Problemen behaftet sind. Es handelt sich bei beiden Systemen um pragmatische Kompromisse zwischen Repräsentation, Mehrheitsbildung und technischer Umsetzbarkeit.

Das deutsche Wahlsystem ermöglicht durch die personalisierte Verhältniswahl eine größere Parteienvielfalt und damit eine differenziertere politische Repräsentation. Dies führt jedoch zu häufigem Koalitionszwang und mühsamer Konsensbildung sowie mathematischen Schwächen wie dem Spoiler Effekt, dem Populations Paradoxon, dem Parteienzuwachs Paradoxon, Negativem Stimmengewicht oder dem Gerrymandering.

Zwar wurde das System durch Wahlrechtsreformen zuletzt stabilisiert, indem z. B. das Alabama Paradoxon verhindert wird. Allerdings bleiben weiterhin viele der oben genannten Systemfehler bestehen. Das australische Wahlsystem hingegen ist stärker auf Mehrheitsbildung ausgerichtet. Die Präferenzwahl sorgt für eine hohe Genauigkeit bei der Ermittlung der politischen Mitte und eliminiert Effekte wie den Spoiler Effekt weitgehend. Außerdem ermöglicht sie einen präziseren Ausdruck der Meinung, da auch betont werden kann, welcher Partei man am wenigsten zustimmt.

Das Wahlsystem ist weniger offen für kleinere Parteien und Randpositionen, was zu einer Tendenz zur politischen Homogenisierung führt. Zudem ist auch die Präferenzwahl nicht frei von Schwächen etwa im Hinblick auf Condorcet Paradoxon, No Show Paradoxon, Populations Paradoxon, Gerrymandering oder das strategisches Wählen.

Im direkten Vergleich zeigt sich:

Deutschland bevorzugt Repräsentation und Vielfalt, leidet aber unter systemischen Paradoxa.

Australien bevorzugt Stabilität, Mehrheit und mathematische Konsistenz mit eingeschränkter Pluralität und einer klaren Zentrierung auf große Parteien.

Beide Systeme sind demokratisch legitimiert, aber in ihrer Zielsetzung unterschiedlich ausgerichtet. Eine objektive Entscheidung darüber, welches System besser ist, lässt sich nicht treffen. Vielmehr hängt die Bewertung von den jeweiligen politischen und gesellschaftlichen Prioritäten ab. In dieser Arbeit wird exemplarisch aufgezeigt, welche Kriterien zu welcher Entscheidung führen würden.

Zum Schluss bleibt festzuhalten: Es gibt kein perfektes Wahlsystem. Jede Demokratie muss entscheiden, welche Konflikte sie in Kauf nimmt.

6 Danksagung

Für die Umsetzung dieses Projekts danken wir all jenen, die uns begleitet und unterstützt haben.

Wir bedanken uns bei Dr. Ingrid Lenhardt und M. Ed. Wolf Wechinger für die Durchführung und engagierte Betreuung des Projekts. Sie haben uns mit fachlicher Kompetenz, klarem Feedback und verlässlicher Unterstützung durch den gesamten Prozess geführt.

Ebenfalls gilt unser Dank allen Kursleiterinnen und Kursleitern, die uns über die Jahre im Hector-Seminar begleitet und unterstützt haben. Besonders bedanken wir uns bei Dietmar Gruber, der uns seit sechs Jahren durchgehend begleitet und uns auch in diesem Projekt betreut hat.

Außerdem danken wir Emil Schuster für seine Unterstützung bei der Programmierung eines Wahlsimulators.

Abschließend danken wir Dr. Hans-Werner und Josephine Hector, deren Stiftung des Hector-Seminars uns über Jahre hinweg den Zugang zu wissenschaftlichem Arbeiten und vielfältigen fachlichen Perspektiven eröffnet hat.

7 Quellen

- [1] Dieter Nohlen. *Wahlrecht/Wahlssystem*. 2021. URL: <https://www.bpb.de/kurz-knapp/lexika/handwoerterbuch-politisches-system/202211/wahlrecht-wahlssystem/> (abgerufen am 20.07.2025).
- [2] Damon Muller. *What's different about the 2019 federal election?* 24. Apr. 2019. URL: https://www.aph.gov.au/About_Parliament/Parliamentary_departments/Parliamentary_Library/Research/FlagPost/2019/April/What_is_different_about_the_2019_election (abgerufen am 22.07.2025).
- [3] parliament of Australia. *senat_house – of – representatives*. URL: https://www.aph.gov.au/senators_and_members (abgerufen am 24.07.2025).
- [4] *Ballot-Paper-House-of-Representatives.jpg*. Apr. 2019. URL: <https://i0.wp.com/goaustraliatours.com/wp-content/uploads/2019/04/Ballot-Paper-House-of-Representatives.jpg?ssl=1> (abgerufen am 14.05.2025).

- [5] *Ballot-Paper-bove-the-line.png*. Apr. 2019. URL: <https://i0.wp.com/goaustraliatours.com/wp-content/uploads/2019/04/Ballot-Paper-bove-the-line.jpg?ssl=1> (abgerufen am 20.05.2025).
- [6] *Ballot-Paper-below-the-line.png*. Apr. 2019. URL: <https://i0.wp.com/goaustraliatours.com/wp-content/uploads/2019/04/Ballot-Paper-below-the-line.jpg?ssl=1> (abgerufen am 20.05.2025).
- [7] Kenneth J. Arrow. *Social Choice and Individual Values*. Dissertation. 1951. URL: https://books.google.de/books?id=y_rkX6QW0YMC&printsec=frontcover&redir_esc=y#v=snippet&q=impossibility&f=false (abgerufen am 05.09.2025).
- [8] Dr. rer. pol. Enrico Schöbel. *Condorcet-Paradoxon.png*. Feb. 2018. URL: <https://wirtschaftslexikon.gabler.de/definition/condorcet-paradoxon-29229/version-252842> (abgerufen am 10.07.2025).
- [9] Felix Brandt und Christian Geist and Dominik Peters. *Arrows Unmöglichkeitstheorem*. Arbeitspapier. TU München, Univerity of Oxford. URL: https://dominik-peters.de/publications/noshow_journal.pdf (abgerufen am 06.09.2025).
- [10] Dr. Martin Fehndrich. *Alabama-Paradoxon.png*. 17. Juni 2005. URL: <https://www.wahlrecht.de/verfahren/paradoxien/alabama.html> (abgerufen am 13.07.2025).
- [11] Dr. Martin Fehndrich. *Populations-Paradoxon.png*. 17. Juni 2005. URL: <https://www.wahlrecht.de/verfahren/paradoxien/population.html> (abgerufen am 11.07.2025).
- [12] Dr. Martin Fehndrich. *Parteizuwachs-Paradoxon.png*. 17. Juni 2005. URL: <https://www.wahlrecht.de/verfahren/paradoxien/parteizuwachs.html> (abgerufen am 24.06.2025).
- [13] *Bundesverfassungsgericht-negatives-Stimmgewicht*. 25. Juli 2012. URL: https://www.bundesverfassungsgericht.de/entscheidungen/fs20120725_2bvf000311.html (abgerufen am 20.07.2025).
- [14] *Bundesverfassungsgericht-negatives-Stimmgewicht*. 19. März 2008. URL: <https://www.bundesverfassungsgericht.de/SharedDocs/Pressemitteilungen/DE/2008/bvg08-038.html?nn=68080> (abgerufen am 24.07.2025).
- [15] Frank Heber. *Strategisch_DE.png*. 25. Sep. 2021. URL: <https://www.treffpunkteuropa.de/zwischen-verhaltniswahlrecht-und-uberhangmandaten-durchblick-bei-der?lang=fr> (abgerufen am 05.07.2025).
- [16] Antony Green. *Strategisch_AU.jpg*. 2025. URL: <https://www.abc.net.au/news/elections/federal/2025/guide/senate-sa-htv> (abgerufen am 05.07.2025).

Selbstständigkeitserklärung

Hiermit versichern wir, dass wir diese Arbeit unter der Beratung und Unterstützung von Dr. Ingrid Lenhardt und M. Ed. Wolf Wechinger und unserem Kursleiter Dietmar Gruber selbstständig verfasst und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt haben sowie Zitate kenntlich gemacht wurden.

Karlsruhe, 3. Oktober 2025

Ort, Datum

Lisa Sigg

Ettlingen, 3. Oktober 2025

Ort, Datum

Alexander Kraft